Plan du cours

I / **Rappels des bases de la mécanique**
1. Référentiel, repère, relativité
2. Les lois de Newton
3. Expressions de forces usuelles
4. Systèmes de coordonnées et cinématique

II / **Autres théorèmes et aspects énergétiques**
1. Théorème du moment cinétique
2. TEC, TPC, TEM
3. Quel théorème choisir ?

III / **Et pour les solides ?**

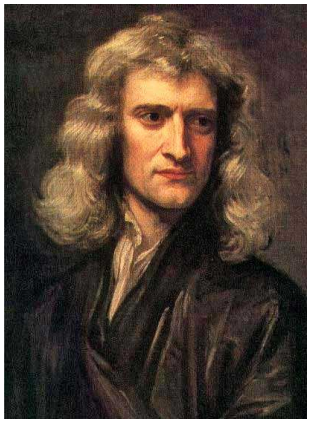
IV / **Méthode générale pour aborder un problème de mécanique**

Capacités exigibles

Voir cours de première année.

Documents

Document 1 : Isaac Newton (1643–1727)



Isaac Newton était un philosophe, mathématicien, physicien, alchimiste, astronome et théologien anglais. Figure emblématique des sciences, il est surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique « classique »[1], pour sa théorie de la gravitation universelle et la création, en concurrence avec Leibniz, du calcul infinitésimal. En optique, il a développé une théorie de la couleur basée sur l'observation selon laquelle un prisme décompose la lumière blanche en un spectre visible. Il a inventé le télescope à réflexion composé d'un miroir primaire concave appelé télescope de Newton. Il est aussi connu pour la généralisation du théorème du binôme et l'invention de la méthode dite de Newton permettant de trouver des approximations d'un zéro (ou racine) d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles. Son ouvrage *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, écrit en 1686, est considéré comme une œuvre majeure dans l'histoire de la science. Il y décrit la loi universelle de la gravitation, formule les trois lois universelles du mouvement et jette les bases de la mécanique dite « newtonienne ».

1. On lit souvent mécanique *classique* mais il serait plus juste de parler de mécanique *non relativiste*. On réserve plutôt le nom de mécanique *classique* à la mécanique qui n'est pas *quantique*.

Document 2 : Vocabulaire

Mécanique : La mécanique est le domaine de la physique dont l'objet est l'étude du mouvement, des déformations ou des états d'équilibre de systèmes matériels.

Cinématique : La cinématique correspond à l'étude / la description mathématique du mouvement, indépendamment de ses causes éventuelles.

Dynamique : La dynamique décrit les relations entre les causes du mouvement des systèmes matériels et la nature du mouvement lui-même.

Seconde : durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Mètre : distance parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 792 458 de seconde.

Solide : système matériel indéformable, c'est-à-dire dont tous les points matériels sont à distance constante les uns des autres.

Référentiel : association d'un *solide de référence* et d'une *horloge*. Remarque : comme le temps est absolu en mécanique newtonienne, on assimile souvent le référentiel à son solide de référence, par abus de langage.

Repère : la donnée d'un point origine O et d'un système de trois axes (ou trois vecteurs) non coplanaires. Remarque : Pour un référentiel donné, il existe donc a priori une infinité de repères possibles.

Trajectoire : ensemble des positions successives prises par le point étudié.

Document 3 : Un peu de mathématiques sur les vecteurs

Soit λ une fonction sclaire ($t \to \lambda(t)$) et $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{G}$ des fonctions vectorielles ($t \to \overrightarrow{F}(t)$ et $t \to \overrightarrow{G}(t)$). On définit la dérivée d'un vecteur pa rapport au temps comme : $\frac{d\overrightarrow{F}}{dt} = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\overrightarrow{F}(t+\epsilon) - \overrightarrow{F}(t)}{\epsilon}$. Dans ce cas :

– La dérivée d'une *somme* de vecteurs s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{F} + \overrightarrow{G}) = \frac{d\overrightarrow{F}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{G}}{dt}$$

– La dérivée d'un *produit scalaire* de deux vecteurs s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{G}) = \overrightarrow{F} \cdot \frac{d\overrightarrow{G}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{F}}{dt} \cdot \overrightarrow{G}$$

– La dérivée du *produit* d'un scalaire par un vecteur s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\lambda \times \overrightarrow{F}) = \lambda \times \frac{d\overrightarrow{F}}{dt} + \frac{d\lambda}{dt} \times \overrightarrow{F}$$

On peut également montrer en particulier que (exercice...) :

– La dérivée d'un vecteur constant est le vecteur nul.

– Dans une base fixe (ex : coordonnées cartésiennes), pour dériver un vecteur il suffit de dériver ses coordonnées (mais attention, pas dans une base mobile comme en coordonnées polaires / cylindriques !).

Document 4 : Systèmes de coordonnées

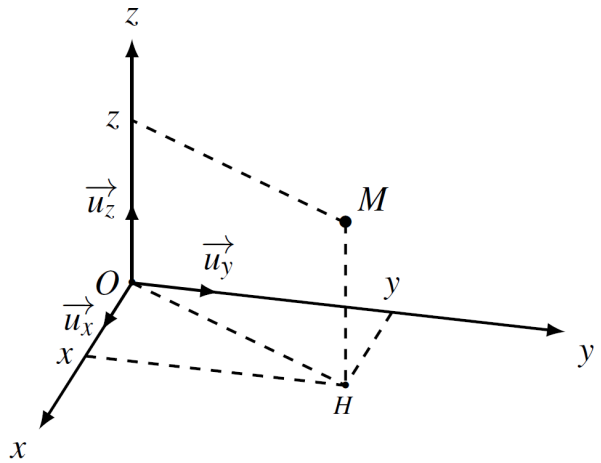
Coordonnées cartésiennes

Base fixe $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$

$M(x, y, z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} =$

$\overrightarrow{v} =$

$\overrightarrow{a} =$



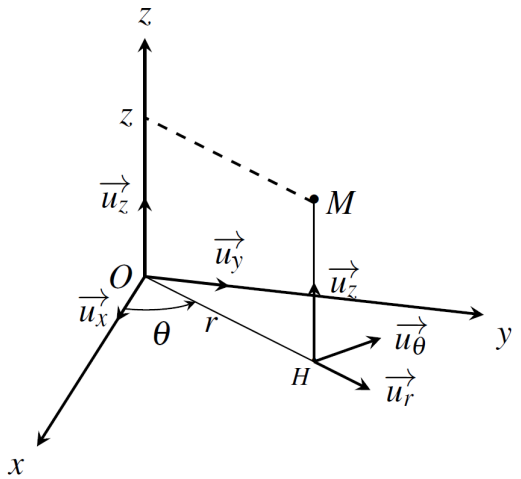
Coordonnées cylindriques

Base locale $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$

$M(r, \theta, z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} =$

$\overrightarrow{v} =$

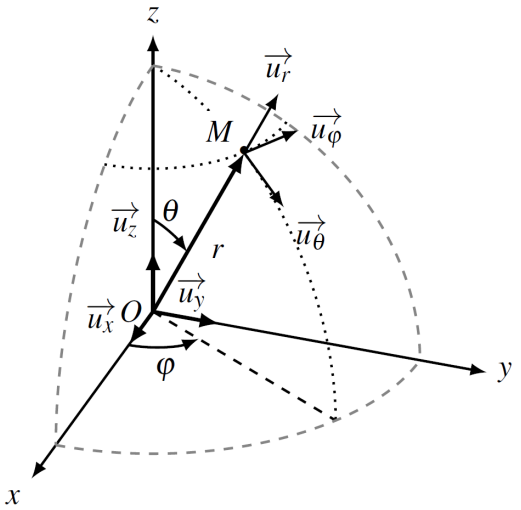
$\overrightarrow{a} =$



Coordonnées sphériques

Base locale $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\phi})$

$M(r, \theta, \phi) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} =$



Document 5 : Quelques exemples de référentiels galiléens (en première approximation !) [2]

Tout comme la notion de point isolé, à partir duquel elle est définie, la notion de référentiel galiléen est un cas limite. En pratique, on utilise principalement trois référentiels en fonction de la durée du phénomène étudié :

- le **référentiel terrestre** ou **référentiel du laboratoire** est lié à la Terre. Son origine est située au point de la surface du globe où se déroule l'expérience et ses axes sont fixes par rapport à la Terre. Il est considéré comme galiléen lorsque l'on peut négliger la rotation de la Terre autour de l'axe des ses pôles. Il est adapté à l'étude des mouvements se déroulant sur Terre et dont la durée est faible devant la durée d'un jour ;
- le **référentiel géocentrique** a son origine au centre de la Terre et des axes pointant vers des étoiles lointaines fixes. Dans ce référentiel, la Terre tourne sur elle-même autour de l'axe de ses pôles. Il est considéré comme galiléen lorsque l'on peut négliger le mouvement orbital de la Terre dont la durée caractéristique est un an. Il est adapté à l'étude du mouvement des satellites autour de la Terre ;
- le **référentiel héliocentrique** a son origine au centre du Soleil et des axes pointant vers des étoiles lointaines fixes. Il est considéré comme galiléen tant que l'on peut négliger le mouvement orbital du Soleil autour du centre de notre galaxie, la Voie lactée, dont la durée caractéristique est estimée à environ 230 millions d'années. Il est adapté à l'étude du mouvement des planètes autour du Soleil.

2. *Physique tout-en-un* PCSI, éditions Dunod

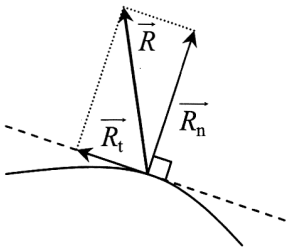
Document 6 : Expressions des énergies potentielles associées à quelques champs de forces

On considère un point matériel M de masse m (et de charge éventuelle q) soumis à une des cinq forces (conservatives) suivantes. Vous devez connaître et savoir établir les expressions des énergies potentielles associées à ces forces.

Force	**Expression mathématique**	**Expression de E_P**
Poids (champ de pesanteur uniforme $\overrightarrow{g}$)	$\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{u_z}$ (coordonnées cartésiennes)	
Force gravitationnelle exercée par un astre ponctuel O de masse m_o	$\overrightarrow{F_{O/M}} = -\mathcal{G}\frac{mm_o}{r^2}\overrightarrow{u_r}$ (coordonnées sphériques)	
Force de rappel d'un ressort de constante de raideur k (x est l'allongement du ressort)	$\overrightarrow{F} = -kx\overrightarrow{u_x}$ (coordonnées cartésiennes)	
Force électrostatique associée à un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_z}$, avec $E > 0$	$\overrightarrow{F} = qE\overrightarrow{u_z}$ (coordonnées cartésiennes)	
Force électrostatique exercée par un charge ponctuelle q_o au point O	$\overrightarrow{F_{O/M}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_o}{r^2}\overrightarrow{u_r}$ (coordonnées sphériques)	

Document 7 : Force exercée par un support solide ; lois de Coulomb du frottement solide

La **force de contact** $\overrightarrow{R}$ exercée par un support sur un solide ou un point matériel peut de manière générale se décomposer en $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T}$:



- le vecteur $\overrightarrow{R_N}$ est la **réaction normale** du support.
  Point d'application : « centre » de la surface de contact.
  Direction : perpendiculaire au support.
  Sens : du support vers le système.
  Norme (important) : il n'existe pas d'expression propre (elle est a priori inconnue), et elle peut varier au cours du mouvement, voire s'annuler si le contact avec le support est rompu ! !
- le vecteur $\overrightarrow{R_T}$ est la **réaction tangentielle** du support, ou force de **frottement solide**.
  Point d'application : « centre » de la surface de contact.
  Direction : perpendiculaire à $\overrightarrow{R_N}$; direction du vecteur-vitesse si le système est en mouvement.
  Sens : opposé au vecteur-vitesse si le système est en mouvement (force de frottement !).
  Norme : voir lois de Coulomb.

Les lois de Coulomb permettent de caractériser la norme de la réaction tangentielle. Il s'agit de lois empiriques.

Lois de Coulomb du frottement de glissement :
- si le système *glisse par rapport au support*, alors $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = \mu_d \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$, où μ_d est le coefficient de frottement dynamique (sans dimension) ;
- si le système *est immobile sur le support*, la force tangentielle s'adapte pour compenser les autres forces. Cela n'est possible que si sa norme est inférieure à une valeur seuil : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| \leq \mu_s \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$, où μ_s est le coefficient de frottement statique (sans dimension).

Commentaires :
- les valeurs des deux coefficients dépendent de l'état des surfaces de contact, des matériaux, de la température (mais pas de l'aire des surfaces en contact) ;
- dans la plupart des cas, $\mu_d < \mu_s$, mais ces valeurs sont assez proches, et on fait souvent l'approximation $\mu_d = \mu_s$;
- dans le cas limite où on néglige les frottements solides on a $\mu_d = \mu_s = 0$, donc $\overrightarrow{R_T} = \overrightarrow{0}$: la réaction du support est réduite à $\overrightarrow{R_N}$.

Document 8 : Solide en rotation autour d'un axe fixe : analogie translation / rotation

Le but de ce document est de mettre en évidence l'analogie entre un mouvement de translation rectiligne d'un point et un mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe. Cette analogie permet de retenir ou retrouver plus facilement toutes les relations mathématiques.

– **Aspects dynamiques**

	Mouvement de translation rectiligne suivant un axe (*Ox*)		**Mouvement de rotation d'un solide par rapport à un axe fixe Δ**	
	Grandeur	**Unité**	**Grandeur**	**Unité**
Paramètre de position	x	m		
Vitesse	vitesse linéaire v_x	$m.s^{-1}$		
Accélération	accélération linéaire a_x	$m.s^{-2}$		
Paramètre d'inertie (caractéristique du solide)	masse m	kg		
Grandeur tenant compte de l'inertie	quantité de mouvement $p_x = m.v_x$	$Kg.m.s^{-1}$		
Action mécanique	forces F_x	N		
Relation de cause à effet	PFD : $\frac{dp_x}{dt} = F_x$ ou bien : $m\frac{dv_x}{dt} = F_x$			

– **Aspects énergétiques**

	Mouvement de translation rectiligne suivant un axe (*Ox*)	**Mouvement de rotation d'un solide par rapport à un axe fixe Δ**
Energie cinétique	$E_c = \frac{1}{2}m{v_x}^2$	
Puissance	$P = F_x.v_x$	
Théorème de la puissance cinétique	$\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathrm{P}$	

Document 9 : Méthode de résolution d'un problème de mécanique du point

À chaque fois que nous aborderons un problème de mécanique, et cela *même si ça n'est pas explicitement demandé dans l'énoncé*, nous suivrons *toutes* les étapes de la démarche qui suit. Il s'agit d'un raisonnement logique et rigoureux scientifiquement. On ne peut pas, en effet, faire un bilan des forces si l'on n'a pas précisé le système étudié ; ou encore on ne peut pas utiliser le principe fondamental de la dynamique si l'on n'a pas précisé le caractère galiléen du référentiel choisi !

- Définir le **système** étudié, et s'assurer que l'on peut l'assimiler à un point matériel dans la situation étudiée ; ou réduire son étude à celle de son centre d'inertie.
- Choisir un **référentiel** d'étude. Il doit être galiléen pour pouvoir utiliser le principe fondamental de la dynamique.
- Faire un **schéma**, en choisissant un **repère** associé à ce référentiel : quel système de coordonnées ? Où placer l'origine O ? Quelle direction / sens choisir pour les axes ?
- Dresser le **bilan des forces** exercées sur le système. Avec quoi le système est-il en interaction ? Indiquez les expressions de ces forces dans le repère choisi (ou au moins leurs caractéristiques connues).
- Utiliser la **cinématique** : analyser le mouvement possible en tenant compte d'éventuelles contraintes, et exprimer le vecteur accélération dans le système de coordonnées choisi.
- Choisir et mettre en œuvre une **méthode de résolution**. Il peut s'agir du principe fondamental de la dynamique (PFD), du théorème du moment cinétique (TMC), du théorème de l'énergie cinétique (TEC), de la puissance cinétique (TPC)...

Document 10 : Étapes et compétences de la résolution de problème

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. ...