Exercice 1

N	nombre de particules	$\emptyset$
n	densité particulaire	m^{-3}
ϕ	flux de particules à travers une surface	s^{-1}
$\vec{j_N}$	vecteur densité de flux de particules	$m^{-2}.s^{-1}$
p	taux volumique de production de particules	$m^{-3}.s^{-1}$
$\frac{\partial n}{\partial t}$	dérivée partielle de n par rapport au temps	$m^{-3}.s^{-1}$
$div(\vec{j_N})$	divergence de $\vec{j_N}$	$m^{-3}.s^{-1}$
$\vec{grad}(n)$	gradient de n	m^{-4}
D	coefficient de diffusion	$m^{2}.s^{-1}$
Δn	laplacien de n	m^{-5}

Exercice 2

a) Au dessus de la flaque d'eau, on peut considérer que la phase liquide est en équilibre avec la phase gazeuse. La loi des gaz parfaits parmet de calculer la quantité de matière d'eau n_0 dans un volume V, on en déduit le nombre de molécules N grâce à la constante d'Avogadro :

$$n = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{V}} = \frac{n_0 \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{P_S} \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{RT}} = 1,0 \cdot 10^{25}\ \mathrm{m}^{-3}$$

b) La vaporisation étant isotrope, le flux du vecteur $\vec{j_p}$ à travers la demi-sphère Σ de rayon r donne le flux particulaire

$$\Phi = \iint_\Sigma \vec{j_p} \cdot \overrightarrow{dS} = j_\mathrm{P} \cdot 2\pi r^2$$

Ce flux est égal à celui quittant la goutte : pendant dt, une masse $dm = \mathrm{D}_m dt$ se vaporise, soient $dn_0 = \frac{dm}{\mathrm{M}}$ moles, soient $d\mathrm{N} = dn_0 \cdot \mathcal{N}_\mathrm{A}$ molécules, donc

$$\Phi = \frac{d\mathrm{N}}{dt} = \frac{\mathrm{D}_m \mathcal{N}_\mathrm{A} dt}{\mathrm{M} dt} = \frac{\mathrm{D}_m \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{M}}$$

Par identification :

$$j_\mathrm{P} \cdot 2\pi r^2 = \frac{\mathrm{D}_m \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{M}} \text{ donc}$$

$$j_\mathrm{P} = \frac{\mathrm{D}_m \mathcal{N}_\mathrm{A}}{2\pi r^2 \mathrm{M}} = 1,30 \cdot 10^{18}\ \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

c) Dans un volume V, il y a $n_{Cu} = \frac{\mu \mathrm{V}}{\mathrm{M}}$ moles donc

$$\mathrm{N}_{Cu} = \frac{\mu \mathrm{V} \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{M}}$$

atomes, donc autant d'électrons de conduction et

$$n_e = \frac{\mathrm{N}_e}{\mathrm{V}} = \frac{\mu \mathcal{N}_\mathrm{A}}{\mathrm{M}} = 8,49 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$$

d) Le vecteur densité de courant électrique volumique est

$$\vec{j} = j \vec{u}_x \text{ avec } j = \frac{i}{\mathrm{S}} = 5000\ \mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

Pendant dt à travers S passe une charge $dq = i \cdot dt$ représentant $d\mathrm{N} = \frac{dq}{e}$ électrons, circulant dans le sens opposé à celui du courant. On en déduit

$$\vec{j_p} = -j_p \vec{u}_x \text{ avec } j_p = \frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{S} dt} = \frac{i}{e\mathrm{S}} = 3,12 \cdot 10^{22} \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Exercice 3

1) $\overrightarrow{grad}(f) = \frac{2x}{y}\vec{u_x} - \frac{x^2}{y^2}\vec{u_y} + \vec{u_z}$

2) $\overrightarrow{grad}(f) = -\frac{2\cos\theta}{r^3}\vec{u_r} - \frac{\sin\theta}{r^3}\vec{u_\theta}$

3) $div(\vec{a}) = 3 + 2xz$

4) $div(\vec{a}) = \frac{4}{r} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

5) $\Delta f = \frac{2}{y} + \frac{x^2}{y}$

6) $\Delta f = \frac{2}{r}\cos\theta - \frac{2}{r}\cos\theta = 0$