Exercice 1 : Fonction de transfert et forme canonique

Cette exercice à bout but de vous faire prendre en main les outils et propriétés mathématiques liées au domaine de Laplace. Exceptionnellement, nous traitons dans cet exercice les équations différentielles de différents systèmes sans s’attacher aux systèmes. Les équations différentielles que nous avons à analyser sont les suivantes :

$$a. \qquad 7\frac{ds(t)}{dt} + 3.s(t) = 5.e(t)$$

$$b. \qquad 5\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 4\frac{ds(t)}{dt} + 7.s(t) = 3\frac{de(t)}{dt} + 2.e(t)$$

$$c. \qquad 5\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 3\frac{ds(t)}{dt} = 2.e(t)$$

$$d. \qquad 7\frac{d^3s(t)}{dt^3} + 3\frac{d^2s(t)}{dt^2} = 2\frac{d^2e(t)}{dt^2} + 5.e(t)$$

$$e. \qquad s(t) = 8.e(t)$$

Question 1 : Déterminer les fonctions de transfert liées aux différentes équations différentielles. Ecrire ces fonctions de transfert sous forme canonique.

Question 2 : En déduire le gain statique, la classe et l’ordre de chaque fonction de transfert.

Exercice 2 : Pôles d’une fonction de transfert

A nouveau, nous traitons dans cet exercice les fonctions de transfert de différents systèmes sans s’attacher aux systèmes. On donne ci-dessous les pôles de fonction de transfert des systèmes

Système 1 : -1, -2

Système 2 : -3, -2, 0

Système 3 : -2+j, -2-j, 2j, -2j

Système 4 : -j, j, -1, 1

Système 5 : -1, 1

Système 6 : -2+3j,-2-3j, -2

Système 7 : 2, -1,-3

Système 8 : -6, -4, -7

Système 9 : -1+j, -1-j, -1

Question 1 : Prévoir la performance de stabilité de chaque système. Pour les systèmes stables, indiquer si leur réponse oscillera ou non.

Exercice 3 : Stabilité et précision

On donne ci-dessous les fonctions de transfert des trois systèmes. On suppose les conditions de Heaviside vérifiées et que la consigne et la sortie sont de même nature comparables.

$$H_1(p) = \frac{2}{p^3 + 7p^2 + 12p + b} \qquad H_2(p) = \frac{2}{p(7p^2 + 12p + b)} \qquad H_3(p) = \frac{2}{p^3 + 5p^2 + 8p + 5 + b}$$

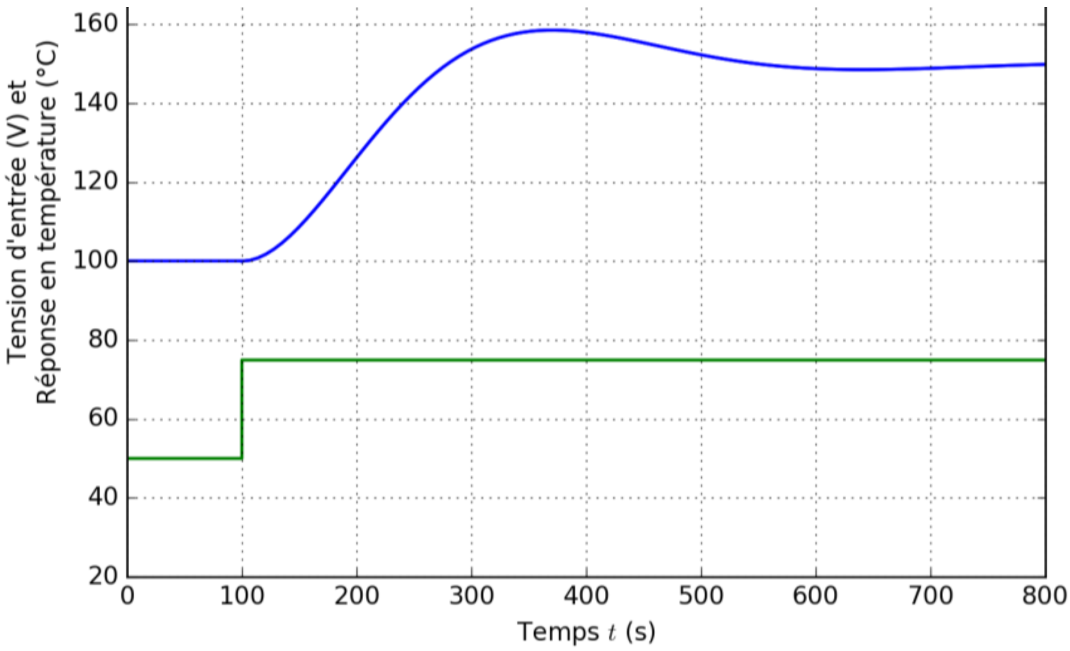
Question 1 : Prévoir la performance de stabilité de chaque système en fonction de b.

Question 2 : Prévoir la performance de précision de chaque système, pour une consigne en échelon $cons(t) = E_0$.

Question 3 : Prévoir la performance de précision de chaque système, pour une consigne en rampe $cons(t) = V_0.t$.

Exercice 4 : Four électrique

On s'intéresse ici aux performances d'un four électrique. Le chauffage du four est réalisé par une résistance électrique. La puissance de chauffage dépend alors de la tension aux bornes de la résistance. Lorsque l'on met une tension de 50 V, la température du four se stabilise à 100°C. Si par la suite, on passe brutalement la tension à 75 V (ce qui revient à avoir un échelon de tension), la température du four se stabilisera autour d'une température plus élevé. On réalise cet essai et on relève l'évolution suivante de la température :



Question 1 : Evaluer la performance de stabilité de ce système.

Question 2 : Evaluer la performance de rapidité de ce système.

Question 3 : Evaluer la performance de précision de ce système.

Le modèle de connaissance de ce four, issue d'une étude thermique, est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$5920\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + 77\frac{d\theta(t)}{dt} + 2.\theta(t) = 2.u(t)$$

où : $u(t)$ représente la tension d'alimentation de la résistance du four en V, θ (t) représente la température du four.

On suppose que les conditions initiales sont nulles : $\theta(0) = 0$ et $\theta'(0) = 0$.

Question 4 : Déterminer sous forme canonique, la fonction de transfert du four modélisé par l'équation différentielle ci-dessus. En déduire le gain statique, la classe et l'ordre du modèle.

Question 5 : Prévoir la performance de stabilité du modèle du four.

Question 6 : Prévoir la température en régime permanent du modèle du four, pour une consigne en échelon $u(t) = U_0 = 25\ V$. Conclure.