classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

PSI
MATHEMATIQUES **Programme de Colle $n°1$ semaine du 15 Septembre 2025**

- Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices :
  — Le premier exercice doit contenir :
    — Une question de cours (un énoncé d'une définition, d'une propriété ou d'un théorème) ou une démonstration qui sera **signalée en gras** dans le programme de colle.
    Deux niveaux de démonstration : niveau ($\star$) pour les groupes 2, 3 et 5.
    — Une application très directe du cours :
  — Un deuxième exercice portant sur une notion du programme de colle différente du premier exercice.
- **Comment préparer une colle ?** Il est indispensable de connaître son cours, savoir refaire les exemples traités en cours et les exercices mentionnés dans le programme de colle.

- **Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8.
  Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.

- **Après la colle** : Avant le jeudi de la semaine suivant votre colle, vous devez me rendre votre cahier de colle où vous rédigerez au moins un des deux exercices

1 Compléments d'algèbre linéaire

Toutes les notions d'algèbre linéaire de PCSI sont supposées acquises

1.1 Formes linéaires et hyperplans

1. Savoirs attendus :
   (a) Montrer qu'une application est une forme linéaire sur E.
   (b) Les méthodes pour montrer qu'un sev H est un hyperplan de E :
      i. H admet une droite comme supplémentaire.
      ii. H est le noyau d'une forme linéaire non nulle de E.
      iii. $\dim H = \dim E - 1$.
   (c) Savoir construire un supplémentaire de H : $D = \text{Vect}\,(a)$ où $a \notin H$.
   (d) Savoir déterminer une équation linéaire de H dans une base de E.
2. **Démos à connaître :**
   (a) Savoir montrer que si $a \notin H$ et H est un hyperplan de E , alors $\mathbf{H} \oplus \mathbf{Vect}\,(\mathbf{a}) = \mathbf{E}$
   (b) Niveau ($\star$) : Savoir montrer que si H est le noyau d'une forme linéaire non nulle sur E, alors H est un hyperplan

1.2 Produit d'espaces vectoriels

Savoirs attendus :

1. Définition
2. Cas où les e.v sont de dimension finie.
3. Construire une base de $E_1 \times E_2$ à l'aide d'une base de E_1 et d'une base de E_2.

1.3 Matrices par blocs

Savoirs attendus :

1. La notation usuelle d'une matrice par blocs : on sait reconnaître dans un énoncé une matrice par blocs.
2. Produit de matrices par blocs.
3. Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.

1.4 Matrices semblables

Savoirs attendus :

1. Définition
2. Caractérisation à l'aide d'un endomorphisme : La méthode pratique pour montrer que deux matrices sont semblables : Je considère l'une comme la matrice dans la base canonique de $\mathbb{K}^n$ d'un endo f et je montre que l'autre est la matrice de ce même endo dans une base différente que je cherche.
3. Démo à connaître : **Deux matrices semblables ont même rang, même déterminant mais réciproque fausse**