Colle de **mathématiques**

ATTENTION : *Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si , dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître **signalées en gras**, elles pourront vous être demandées en début de colle.*

• ***Comment préparer une colle ?*** *: Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.*

• ***Notation*** *: Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8.*
Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.

• ***Après la colle*** *: Je vous demande de rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur.Je récupèrerai les cahiers de colle le mardi de la semaine suivante à votre colle*

N'hésitez pas à venir me poser des questions*. L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle, d'enrichir vos TD d'exercices supplémentaires que vous pourrez revoir avant vos devoirs surveillés, pendant les devoirs maison, avant les concours*

1 Suites et Séries de fonctions

Un exercice utilisant un des théorèmes suivant :

1. Théorème de continuité d'une fonction limite ou d'une somme d'une série de fonctions . Exemple de la fonction exponentielle, la fonction Dzêta, la fonction mu. Utilisation de ce théorème pour montrer par l'absurde qu'il n'y a pas de convergence uniforme.
2. Théorème de double limite. L'utilisation pour montrer que $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^x}$ ne converge pas uniformément sur $]1, +\infty[$.
3. Théorème d'intégration sur un segment.
4. Théorème de dérivation et la généralisation pour montrer qu'une fonction limite d'une suite de fonctions ou que la somme d'une série de fonctions est de classe C^k.
5. Théorème de convergence dominée.
6. Théorème d'intégration terme à terme pour les séries de fonctions.

2 Probabilités -Variables aléatoires discrètes-Loi d'une variable aléatoire.

1. Ensembles dénombrables et familles sommables :
   (a) définition d'un ensemble dénombrable, au plus dénombrable, les propriétés à connaître sont :
   - Toute partie d'un ensemble au plus dénombrable est au plus dénombrable.
   - Si E est un ensemble dénombrable, alors toute partie infinie de E est aussi dénombrable.
   - Toute réunion finie d'ensembles au plus dénombrables est au plus dénombrable.
   - Le produit cartésien de deux ensembles dénombrables est dénombrable.
   - $\mathbb{Q}, \mathbb{Z}$ sont dénombrables, $\mathbb{R}$ n'est pas dénombrables car il existe des parties non dénombrables.

   (b) Définition des familles au plus dénombrables, famille sommable et les calculs sur les sommes, sommation par paquets, théorème de Fubini, Produit de somme.
2. Univers, Événements, Variables aléatoires : le vocabulaire à connaître : événement certain, impossible, élémentaire, contraires, **définition d'un système complet d'événements**, définition d'une variable aléatoire et des notations $(X \in U), (X = a), (X \leq a)$. *savoir traduire les événements en réunion , intersection d'autres événements ou leurs contraires*
3. Probabilité :
   - Définition et les propriétés usuelles.
   - **Énoncé de la Propriété de continuité monotone**.
4. Conditionnement : Probabilité conditionnelle, **Démonstration des Formules des proba. composées, de Bayes, totales**.
5. Événements indépendants.
6. Les lois usuelles :**définitions, modèles de références, caractéristiques des lois uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson** .(*Message pour les colleurs : l'approximation de la loi de Poisson par la loi binomiale n'est plus au programme*).
7. Couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales, lois conditionnelles, variables aléatoires indépendantes.

La méthode pour obtenir le terme d'une suite arithmético géométrique doit être sue et appliquée sans indication.