Colle de **mathématiques**

ATTENTION : *Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices, un exercice d'algèbre et un exercice d'analyse. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si , dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître **signalées en gras**, elles pourront vous être demandées en début de colle.*
• ***Comment préparer une colle ?*** *: Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.*
• ***Notation*** *: Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure strictement à 10.*
• ***Après la colle*** *: Je vous conseille très fortement de rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur.*
N'hésitez pas à venir nous poser des questions*. L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle.*

1 Algèbre

1.1 Diagonalisation

1. Définition .
2. Les différentes caractérisations pour montrer qu'un endomorphisme ou une matrice est diagonalisable.
3. Cas où le spectre est réduit à un singleton.
4. Cas où le polynôme caractéristique est scindé à racines simples, où l'endomorphisme d'un espace de dimension n a n valeurs propres distinctes.

Savoir-faire : démontrer qu'un endomorphisme (ou qu'une matrice) est diagonalisable et le (ou la) diagonaliser. Bien faire la différence entre montrer que la matrice est diagonalisable et diagonaliser la matrice

2 Analyse

2.1 Démonstrations à savoir

- Connaître les formulations des lois uniforme, de Bernoulli, binomiale, de Poisson et géométrique.
- Savoir justifier que la formulation d'une loi de Poisson définit bien une loi de probabilités (justification du cours). Par extension, savoir le faire pour une loi géométrique.
- Approximation de la loi binomiale par une loi de Poisson.

2.2 Séries entières

- Définition.
- Rayon de convergence, disque ou intervalle ouvert de convergence.
- Lien entre le comparaison asymptotique des coefficients et le rayon de convergence en terme d'inégalité
- Détermination effective de rayons de convergence, soit en utilisant la définition, des propriétés ou bien à l'aide de la règle d'Alembert.
- Somme et produits de séries entières. Rayons de convergence d'une somme ou d'un produit.
- Régularité des séries entières : continuité, classe $\mathcal{C}^\infty$, dérivation et intégration d'une série entière.
- Fonctions développables en séries entières et séries de Taylor pour la variable réelle. Unicité du DSE.
- Lien avec les équations différentielles
- DSE des fonctions usuelles.

2.3 Variables aléatoires discrètes (V.A.D) :

- Définition, opération sur les V.A.D. ; loi d'une V.A.D.
- Fonction de répartition d'une V.A.D.
- Loi uniforme $\mathcal{U}(E)$ où E est une partie finie de $\mathbb{R}$.
- Loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$; loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$; loi géométrique $\mathcal{G}(p)$; loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$.
- Approximation de la loi binomiale par une loi de Poisson.
- Espérance d'une V.A.D.
  Théorème de transfert.

On peut vous interroger sur les différentes loi, leur formulation et savoir illustrer des cas où certaines s'appliquent, dans la mesure du possible.