

Colle de mathématiques



ATTENTION : Une colle sera du type d'un oral de CCINP, à savoir deux exercices. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si, dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître signalées en gras, elles pourront vous être demandées en début de colle.

• **Comment préparer une colle ? :** Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.

• **Notation :** Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8.

Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.

• **Après la colle :** Je vous encourage vivement à rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur. Si vous le souhaitez, je peux le corriger. **N'hésitez pas à venir me poser des questions.** L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle, d'enrichir vos TD d'exercices supplémentaires que vous pourrez revoir avant vos devoirs surveillés, pendant les devoirs maison, avant les concours

1 Révisions de l'algèbre linéaire en PCSI

Vous devez connaître, savoir utiliser :

- Calcul matriciel : savoir faire les différentes opérations sur les matrices, montrer qu'une matrice est inversible, déterminer l'inverse.
- Les espaces vectoriels de référence.
- Méthodes pour montrer que F est un sev de E . Mettre un ensemble sous forme de vect.
- Les espaces de dimensions finies : notion de bases et de dimension finie, connaître les différentes méthodes pour obtenir une base, sous espaces supplémentaires, base adaptée à un sev, à une décomposition en somme directe de deux sev.
- Applications linéaires :
 - (a) méthode pour montrer qu'une application est linéaire, isomorphisme, endomorphisme, automorphisme.
 - (b) Image, noyau.
 - (c) Projecteur .
 - (d) Théorème du rang.
- Matrices et applications linéaires :
 - (a) savoir construire la matrice d'une application linéaire et savoir déterminer l'application linéaire canoniquement associée à une matrice, déduction du noyau, rang, de l'image.
 - (b) Changement de bases : effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, effet d'un changement du couple de bases sur la matrice d'une application linéaire, effet d'un changement de base sur la matrice d'un endomorphisme, matrices semblables.
- Déterminants :
 - (a) définition, cas particulier en dimension 2 et 3.
 - (b) Caractérisation d'une base.
 - (c) Déterminant d'un endomorphisme et d'une matrice carrée : déterminant d'un produit de matrices, du produit λA où $\lambda \in \mathbb{K}$, de la transposée, caractérisation d'une matrice inversible.
 - (d) Calcul d'un déterminant (développement par rapport à une ligne ou une colonne, opérations possibles)

2 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie

Savoirs attendus :

1. Montrer qu'une application est une forme linéaire sur E .
2. Les méthodes pour montrer qu'un sev H est un hyperplan de E :
 - (a) H admet une droite comme supplémentaire.
 - (b) H est le noyau d'une forme linéaire non nulle de E .
 - (c) $\dim H = \dim E - 1$.
3. Savoir construire un supplémentaire de H : $D = \text{Vect}(a)$ où $a \notin H$.
4. Savoir déterminer une équation linéaire de H dans une base de E .