


# Colle de mathématiques

 **ATTENTION** : Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices, un exercice d'algèbre et un exercice d'analyse. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si, dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître **signalées en gras**, elles pourront vous être demandées en début de colle.

• **Comment préparer une colle?** : Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.

• **Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure strictement à 10.

• **Après la colle** : Je vous conseille très fortement de rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur.

**N'hésitez pas à venir me poser des questions.** L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle.

- (b) Quelques méthodes pour trouver les solutions : méthode d'abaissement de degré quand on connaît une solution ne s'annulant pas de l'équation différentielle homogène, méthode de recherche d'une solution développable en série entière, cas des équ. diff. à coeffs constants (cf PCSI).
- (c) A travers les exercices, changement de fonctions inconnues, changement de variable puis de fonctions inconnues (cf exercices 7 et 8 de la feuille de TD).
- (d) Comprendre le problème de raccordement quand l'équation différentielle n'est pas résolue en  $y''$ .

## 1 Isométries vectorielles

- Définition d'une isométrie vectorielle : définition, **f est une isométrie vectorielle ssi elle conserve le produit scalaire, son spectre est inclus dans  $\{-1, 1\}$**
- Matrices orthogonales, groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal. **déterminant d'une matrice orthogonale**
- Produit mixte ou produit vectoriel, la droite orthogonale à un plan dirigé par  $(u, v)$  est dirigée par  $u \wedge v$
- Isométries vectorielles d'un plan euclidien : rotation et réflexion.
- Isométries vectorielles d'un espace vectoriel de dimension 3 : rotation, réflexion, composée d'une rotation et réflexion.
- Endomorphismes symétriques d'un espace euclidien : définition, **les sous espaces propres associés à des valeurs propres distinctes sont orthogonaux**, théorème spectral.

## 2 Equations différentielles linéaires

1. Révision des équations différentielles de PCSI : équations différentielles linéaires d'ordre 1, équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.
2. Système différentiel linéaire d'ordre 1 : problème de Cauchy, théorème de Cauchy Lipschitz linéaire, structure de l'espace des solutions de l'équation homogène. Cas où l matrice est à coefficients constants diagonalisable ou trigonalisable.
3. Equations différentielles linéaires du second ordre
  - (a) Un peu de théorie : problème de Cauchy, Système différentiel associé, théorème de Cauchy Lipschitz.