

Programme de Colle n°2

P.S.I

Semaine du 21 Septembre 2020

Au cours de la Colle, devra obligatoirement apparaître une question de cours qui peut être :

- tout énoncé d'une définition ou d'une propriété.
- toute démonstration d'un point écrit en gras sur le programme de colle.

Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D. Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure strictement à 10.

A la suite de votre Colle, sans tarder, vous rédigerez sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur. Le cahier est à me rendre avant le lundi suivant votre colle.

Bonne et Joyeuse Année de Khôlle!!!

1 Révision d'algèbre linéaire de 1ère année

Toute l'algèbre linéaire de Première année est supposée acquise. En particulier, caractérisation d'un sous-espace vectoriel, somme de deux sev, sous-espaces supplémentaires, espace vectoriel de dimension finie, étude des applications linéaires, noyau, image, les projecteurs et symétries, calcul matriciel, rang, déterminants.

2 Chap 1 : Compléments d'algèbre linéaire

1. Produit d'espaces vectoriels : définition, dimension d'un produit de sev de dimension finie.
2. Matrice par blocs, produit de telles matrices.
3. Caractérisation du rang d'une application linéaire par une matrice par bloc : Soit E et F deux \mathbb{K} .e.v de dimension finie. On note $p = \dim E$ et $n = \dim F$.
Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. $\text{rg}(f) = r \iff$ il existe une base de E et une base de F dans lesquelles la matrice de f est $\begin{pmatrix} I_r & 0_{r,p-r} \\ 0_{n-r,r} & 0_{n-r,p-r} \end{pmatrix}$ et savoir traduire cette propriété matriciellement.
4. Matrices semblables : définition, interprétation à l'aide d'un endomorphisme, **Deux matrices semblables ont même déterminant et même rang mais la réciproque est fautive.**
5. Sous espaces stables : définition, exemples, **Si f et g sont deux endomorphismes qui commutent, $\forall \lambda \in \mathbb{K}$, $\text{Ker}(f - \lambda Id_E)$ et $\text{Im } f$ est stable par g .**
6. Trace d'une matrice carrée, d'un endomorphisme : définition, $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$, **Pour un projecteur p , $\text{rg}(p) = \text{tr}(p)$**
7. **Déterminant de Vandermonde**