

Programme de colle n°4

P.S.I

Semaine du 3 Octobre 2016

Au cours de la colle, devra obligatoirement apparaître une question de cours qui peut être :

- tout énoncé d'une définition ou d'une propriété.
- toute démonstration d'un point écrit en gras sur le programme de colle.

Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure strictement à 10.

1 Séries Numériques

Vous aurez à déterminer la nature d'une série

2 Formes linéaires et Hyperplan

1. Définition d'une forme linéaire.
2. Définition d'un hyperplan en dimension quelconque, caractérisation en tant que noyau d'une forme linéaire non nulle,
méthode pour obtenir un supplémentaire à l'aide de cette forme (c'est-à-dire savoir démontrer que si $a \notin H = \ker(\varphi)$, (i.e. $\varphi(a) \neq 0$), alors $\text{vect}(a) \oplus H = E$).
3. Caractérisation d'un hyperplan en dimension finie, **équation d'un hyperplan, deux hyperplans sont égaux ssi les formes linéaires associées sont liées**, deux équations linéaires définissent le même hyperplan ssi elles sont proportionnelles.

3 Trace d'un endomorphisme et d'une matrice carrée

1. Définition de la trace d'une matrice carrée, tr est linéaire, **$\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$, deux matrices semblables ont même trace mais la réciproque est fautive.**
2. trace d'un endomorphisme, **$\text{rg}(\mathbf{p}) = \text{tr}(\mathbf{p})$ pour un projecteur.**

4 Suites et Séries de fonctions

1. Modes de convergence :
 - (a) Convergence simple : définition de la convergence simple d'une suite de fonctions, d'une série de fonctions et de nbreux exemples.
 - (b) Convergence uniforme :
 - i. définition de la convergence uniforme d'une suite de fonctions.
 - ii. Si il existe une suite $(x_n)_n$ telle que $(f_n(x_n) - f(x_n))_n$ ne converge pas vers 0, alors la convergence de $(f_n)_n$ vers f n'est pas uniforme.
 - iii. La convergence uniforme entraîne la convergence simple