

Colle de mathématiques

ATENTION : Une colle sera du type d'un oral de CCINP, à savoir deux exercices. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si, dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître **signalées en gras**, elles pourront vous être demandées en début de colle.

• **Comment préparer une colle?** : Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.

• **Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8. Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.

• **Après la colle** : Je vous demande de rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur. Je récupérerai les cahiers de colle le mardi de la semaine suivante à votre colle

N'hésitez pas à venir me poser des questions. L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle, d'enrichir vos TD d'exercices supplémentaires que vous pourrez revoir avant vos devoirs surveillés, pendant les devoirs maison, avant les concours

Les acquis indispensables :

1. savoir montrer qu'un ensemble est un sev d'un ev, montrer qu'une application est linéaire, est un endomorphisme, est un isomorphisme, est un automorphisme, déterminer une base et la dimension d'un sev. (cf devoir surveillé n°2)
2. calcul du rang, d'un déterminant, d'un calcul matriciel par blocs (refaire des calculs déjà vus : exemples cours, feuille de TD, Devoir Surveillé n°2)

1 Compléments d'algèbre linéaire

1. Polynômes de Lagrange associés à un (n+1)-uplet de scalaires 2 à 2 distincts : **Définition, la famille forme une base de $\mathbb{K}_n[X]$, coordonnées d'un polynôme dans cette base. Étant donné un (n+1)-uplet de scalaires $(\lambda_0, \dots, \lambda_n)$, trouver le polynôme tel que $\forall i, P(a_i) = \lambda_i$.**
2. Matrice et Déterminant de Vandermonde : Définitions, interprétation à l'aide des polys de Lagrange, **Expression factorisée du déterminant.**

2 Séries numériques

1. Bien faire la différence de notations entre une série, une somme partielle, la suite des termes généraux, la somme de la série.
2. Définition de la convergence ou divergence.
3. **Nature et somme des Séries géométriques, Divergence de la Série Harmonique, Nature et somme de la série harmonique alternée**, séries exponentielles.

4. Déterminer la nature d'une série et calcul éventuel de la somme dans les cas où on peut calculer la somme partielle (utilisation éventuelle d'une décomposition en éléments simples), ou en se référant aux séries précédemment citées.
5. Premières propriétés : condition nécessaire de convergence, structure d'espace vectoriel de l'espace des séries convergentes, caractérisation des séries de complexes à l'aide des séries des parties réelles et imaginaires.
6. Les séries de réels à termes positifs : convergence par majoration de la suite des sommes partielles, **critère de Riemann**, technique de l'encadrement à l'aide de la méthode des rectangles des séries de termes $f(n)$ où f est décroissante (savoir refaire), théorème de comparaison, critères du $o()$, $O()$, équivalent.
7. Séries de Bertrand : les techniques ont été vues mais tout doit être refait .
8. Relation entre séries et suites : **Séries télescopiques. Étude d'une suite $(u_n)_n$ en étudiant la série de terme général $u_{n+1} - u_n$**