Colle de **mathématiques**

1 Compléments d'algèbre linéaire

1.1 Produit d'espaces vectoriels

Savoirs attendus :

1. Définition
2. Cas où les e.v sont de dimension finie.
3. Construire une base de $E_1 \times E_2$ à l'aide d'une base de E_1 et d'une base de E_2.

1.2 Matrices par blocs

Savoirs attendus :

1. La notation usuelle d'une matrice par blocs : on sait reconnaître dans un énoncé une matrice par blocs.
2. Produit de matrices par blocs.
3. Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.

1.3 Matrices semblables

Savoirs attendus :

1. Définition
2. Caractérisation à l'aide d'un endomorphisme.
3. **Deux matrices semblables ont même rang, même déterminant mais réciproque fausse**
4. La méthode pratique pour montrer que deux matrices sont semblables : Je considère l'une comme la matrice dans la base canonique de $\mathbb{K}^n$ d'un endo f et je montre que l'autre est la matrice de ce même endo dans une base différente que je cherche.

1.4 Sous espace stable par un endomorphisme

Savoirs attendus :

1. Définition d'un sev stable par $u \in \mathscr{L}(E)$ et de l'endomorphisme de F induit par u.
2. La méthode de rédaction pour montrer qu'un sev est stable par $u \in \mathscr{L}(E)$.
3. **Si f et g sont deux endomorphismes qui commutent, alors**
   (a) $\forall \lambda \in \mathbb{K}, \ker(f - \lambda Id)$ **(resp :** $\ker(g - \lambda Id)$**) est stable par g (resp : par f)**
   (b) Le noyau et L'image de l'un sont stables par l'autre.

1.5 Trace

Savoirs attendus :

1. Définition d'une matrice carrée et d'un endomorphisme.
2. **L'application Tr est une forme linéaire non nulle,** $\mathrm{tr}(\mathbf{AB}) = \mathrm{tr}(\mathbf{BA}), \mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}({}^t\mathbf{A})$**, deux matrices semblables ont même trace**.
3. Si p est un projecteur, $\mathrm{tr}(p) = \mathrm{rg}(p)$

1.6 Interpolation de Lagrange

Savoirs attendus :

1. Définition de la famille des polynômes d'interpolation de Lagrange associé à un $n+1$-uplet de scalaires deux à deux distincts.
2. **Cette famille est une base de $\mathbb{K}_n[X]$ et coordonnées d'un polynôme P dans cette base**.

1.7 Déterminant de Vandermonde

Savoirs attendus :

1. Savoir définir une matrice de Vandermonde.
2. Savoir que lorsque les scalaires sont deux à deux distincts, elle correspond à la matrice de passage d'une base de polynômes de Lagrange vers la base canonique de $\mathbb{R}_{n-1}[X]$.
3. **connaître le déterminant et savoir le démontrer quand c'est demandé**

1.8 Exercice à connaître

Vous devez savoir démontrer $\mathscr{S}_n \oplus \mathscr{A}_n = \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ où $\mathscr{S}_n$ désigne le sous espace vectoriel de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices symétriques et $\mathscr{A}_n$, celui des matrices antisymétriques.

2 Révisions sur les Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée**.
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
   (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
   (b) Théorème de comparaison.
   (c) Critère du o() et O() ; le coup du α en sachant revenir au critèe du o().
   (d) Critère de l'équivalent.