

# Colle de mathématiques

## 1 Compléments d'algèbre linéaire

### 1.1 Interpolation de Lagrange

Savoirs attendus :

1. Définition de la famille des polynômes d'interpolation de Lagrange associé à un  $n + 1$ -uplet de scalaires deux à deux distincts.
2. Cette famille est une base de  $\mathbb{K}_n[X]$  et coordonnées d'un polynôme  $P$  dans cette base.

### 1.2 Déterminant de Vandermonde

Savoirs attendus :

1. Savoir définir une matrice de Vandermonde.
2. Savoir que lorsque les scalaires sont deux à deux distincts, elle correspond à la matrice de passage d'une base de polynômes de Lagrange vers la base canonique de  $\mathbb{R}_{n-1}[X]$ .
3. **connaître le déterminant et savoir le démontrer quand c'est demandé**

## 2 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée.**
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
  - (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
  - (b) Théorème de comparaison.
  - (c) Critère du  $o()$  et  $O()$ ; le coup du  $\alpha$  en sachant revenir au critère du  $o()$ .
  - (d) Critère de l'équivalent.
6. Absolue Convergence : connaître la définition, les propriétés :  $\text{abs } cv \Leftarrow cv$  et la généralisation des critères  $O$  et  $O$ .
7. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries  $\text{abs } cv$ .
8. Application aux séries exponentielles.
9. Séries alternées : apprendre les méthodes pour reconnaître une séries alternées, savoir appliquer le CSSA et le signe et la majoration du reste, savoir utiliser le développement limité quand  $n \rightarrow +\infty$  du terme général lorsqu'il est difficile de montrer la décroissance de  $(|u_n|)_n$ .