Colle de **mathématiques**

1 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée**.
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
   (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
   (b) Théorème de comparaison.
   (c) Critère du o() et O() ; le coup du α en sachant revenir au critère du o().
   (d) Critère de l'équivalent.
6. Les séries de Bertrand : **savoir traiter la nature d'une série de Bertrand**.
7. Relation entre suite et série : savoir comment traiter une série télescopique et savoir comment étudier une suite à partir d'une série, **savoir montrer la convergence de** $(\sum_{p=1}^{n} \frac{1}{p} - \ln(n))_n$
8. Absolue Convergence : connaître la définition, les propriétés :abs cv $\Rightarrow$ cv et la généralisation des critères O et O.
9. Technique de comparaison entre série et intégrale : **application aux séries de Bertrand du type** $\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n(\ln n)^{\beta}}$.
10. Règle de D'Alembert.
11. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries abs cv.
12. Application aux séries exponentielles.
13. Séries alternées : apprendre les méthodes pour reconnaître une séries alternée, savoir appliquer le CSSA et le signe et la majoration du reste, savoir utiliser le développement limité quand $n \to +\infty$ du terme général lorsqu'il est difficile de montrer la décroissance de $(|u_n|)_n$.
14. Formule de Stirling : connaître bien sûr la formule mais aussi : à l'occasion de cette formule, revoir les intégrales de Wallis (leur définition, savoir retrouver la relation de récurrence $(n+2)I_{n+2} = (n+1)I_n$, la décroissance de $(I_n)_n$, l'expression de I_{2n} et I_{2n+1}).

2 Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée

Savoirs attendus :

1. Connaître parfaitement sans hésitation les définitions de : polynôme caractéristique , valeur propre, spectre, vecteurs propres, sous espaces propres et éléments propres.
2. Savoir calculer le polynôme caractéristiques, déterminer les éléments propres d'un endo ou d'une matrice soit en passant par le polynôme caractéristique, soit en passant par la relation $u(x) = \lambda x$ avec $x \neq 0$ ou $AX = \lambda X$ avec $X \neq 0$.