Colle de **mathématiques**

1 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Les séries de Bertrand : **savoir traiter la nature d'une série de Bertrand**.
2. Relation entre suite et série : savoir comment traiter une série télescopique et savoir comment étudier une suite à partir d'une série, **savoir montrer la convergence de** $(\sum_{p=1}^{n} \frac{1}{p} - \ln(n))_n$
3. Technique de comparaison entre série et intégrale : **application aux séries de Bertrand du type** $\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n(\ln n)^\beta}$.
4. Règle de D'Alembert.
5. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries abs cv.
6. Application aux séries exponentielles.
7. Séries alternées : apprendre les méthodes pour reconnaître une séries alternée, savoir appliquer le CSSA et le signe et la majoration du reste, savoir utiliser le développement limité quand $n \to +\infty$ du terme général lorsqu'il est difficile de montrer la décroissance de $(|u_n|)_n$.
8. Formule de Stirling : connaître bien sûr la formule mais aussi : à l'occasion de cette formule, revoir les intégrales de Wallis (leur définition, savoir retrouver la relation de récurrence $(n+2)I_{n+2} = (n+1)I_n$, la décroissance de $(I_n)_n$, l'expression de I_{2n} et I_{2n+1}).

2 Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée

Savoirs attendus :

1. Connaître parfaitement sans hésitation les définitions de : polynôme caractéristique , valeur propre, spectre, vecteurs propres, sous espaces propres et éléments propres.
2. Savoir calculer le polynôme caractéristique, déterminer les éléments propres d'un endo ou d'une matrice soit en passant par le polynôme caractéristique, soit en passant par la relation $u(x) = \lambda x$ avec $x \neq 0$ ou $AX = \lambda X$ avec $X \neq 0$.
3. **Si** $u \circ v = v \circ u$**, les sous espaces propres de l'un sont stables par l'autre**, application à la résolution d'une équation matricielle.
4. Propriétés usuelles : les coefficients particuliers du polynôme caractéristique, le spectre sur $\mathbb{C}$ n'est jamais vide, celui sur $\mathbb{R}$ n'est pas vide quand la dimension est impaire. Relation entre trace, déterminant et valeurs propres sur $\mathbb{K}$ quand le polynôme caractéristique est scindé sur $\mathbb{K}$.
5. Ordre de multiplicité d'une valeur propre : définition, et encadrement reliant dimension d'un sous espace propre et ordre de multiplicité d'une valeur propre. Application au cas d'une valeur propre simple où il suffit alors de trouver un seul vecteur propre pour trouver une base de son sous espace propre.