

- Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices :
 - Le premier exercice doit contenir :
 - Une question de cours (un énoncé d'une définition, d'une propriété ou d'un théorème) ou une démonstration qui sera **signalée en gras** dans le programme de colle.
 - Deux niveaux de démonstration : niveau (★) pour les groupes 2,3 et 5.
 - Une application très directe du cours :
 - Un deuxième exercice portant sur une notion du programme de colle différente du premier exercice.
- **Comment préparer une colle ?** Il est indispensable de connaître son cours, savoir refaire les exemples traités en cours et les exercices mentionnés dans le programme de colle.
- **Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8. Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.
- **Après la colle** : Avant le jeudi de la semaine suivant votre colle, vous devez me rendre votre cahier de colle où vous rédigerez au moins un des deux exercices

1 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée.**
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
 - (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
 - (b) Théorème de comparaison.
 - (c) Critère du $o()$ et $O()$; le coup du α en sachant revenir au critère du $o()$.
 - (d) Critère de l'équivalent.
6. Les séries de Bertrand : La nature d'une série de Bertrand doit être rejustifiée à chaque fois (on utilise soit le théorème de comparaison, soit le critère du $o()$, soit la comparaison avec une intégrale).
7. Relation entre séries et suites :
 - Pour étudier la série $\sum u_n$, on peut étudier la suite des sommes partielles $(S_n)_n$ et parfois transformer celles-ci grâce à un télescopage, qui permet une simplification de S_n et d'aboutir à sa convergence ou divergence et calcul de la somme de la série en cas de convergence.
 - Pour étudier une suite $(u_n)_n$, il est parfois utile d'étudier la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$. La suite $(u_n)_n$ correspond à une constante près à la suite des sommes partielles de la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$.

Exemple à connaître :

 - (a) **Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge où $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n)$.**
 - (b) **En déduire qu'il existe $\gamma \in \mathbb{R}$ tel que $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \ln(n) + \gamma + o_{n \rightarrow +\infty}(1)$.**
 - (c) **En déduire un équivalent simple de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.**
8. Absolue Convergence : connaître la définition, les propriétés : $cv \Leftrightarrow \text{abs } cv$ et la généralisation des critères O et O .
9. Technique de comparaison série et intégrale : Dans le programme, il est écrit : *Les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour établir des convergences et divergences de séries, estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas de fonction monotone.*
10. Règle de D'Alembert.
11. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries $\text{abs } cv$.