Colle de **mathématiques**

*ATTENTION : Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices, un exercice d'algèbre et un exercice d'analyse. Au cours de ces exercices, des questions de cours (du type énoncé d'une propriété ou d'une définition) devront vous être posées. Si , dans le programme de colle, il apparaît des démonstrations à connaître **signalées en gras**, elles pourront vous être demandées en début de colle.*
• ***Comment préparer une colle ?** : Une colle se prépare en ayant en mémoire parfaitement le cours ainsi que les exemples et applications directes inclus dans le cours et T.D.*
• ***Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure strictement à 10.*
• ***Après la colle** : Je vous conseille très fortement de rédiger sur un cahier les exercices que vous avez eus en tenant compte des indications et remarques éventuelles de votre colleur.*
***N'hésitez pas à venir nous poser des questions**. L'intérêt pour vous est de retenir et d'avoir appris quelque chose de votre colle.*

1 Algèbre

Même programme que la semaine dernière, à savoir :

1.1 Révision d'algèbre linéaire de 1ère année

- Toute l'algèbre linéaire de Première année est supposée acquise. En particulier, caractérisation d'un sous-espace vectoriel, somme de deux sev, sous-espaces supplémentaires, espace vectoriel de dimension finie, montrer qu'une application est linéaire,un endomorphisme, un isomorphisme, un automorphisme, noyau, image, les projecteurs et symétries, calcul matriciel, rang, déterminants.

1.2 Démonstrations (celles exigibles en gras)

- Pas de démonstration exigible pour le moment.

2 Analyse

2.1 Concernant l'analyse de 1ère année

- Reprendre le chapitre sur les séries numériques : définitions, propriétés et retravailler la feuille d'exercices qui vous a été donnée concernant ce chapitre, en fin d'année.

2.2 Démonstrations (celles exigibles en gras)

- **Série harmonique alternée** : $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\ln(2)$.
- **Nature des séries de Riemann** $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{n^\alpha}$.
- **Le « coup du α »** :
  Soit $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} u_n$ une série à termes positifs telle qu'il existe $\alpha > 1$ tel que :
  $$\lim_{n\to+\infty} n^\alpha u_n = 0$$
  Alors $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} u_n$ est convergente.

2.3 Résultats

- **Séries de référence** : séries géométriques, de Riemann, de Bertrand, harmonique, exponentielle.
- Séries télescopiques, séries complexes : lien avec les séries des parties réelles et imaginaires.
- **Séries à termes positifs** : suites à termes positifs majorée, comparaison avec une intégrale, comparaison, usage du « grand O » et du « petit o », en particulier le « coup du α ». Usage des équivalents.
- **Convergence absolue** : Somme de séries absolument convergentes.
- **Règle de D'Alembert**,
- **Produit de Cauchy**, exponentielle complexe,
- **Séries alternées** : critère spécial des séries alternées.
- **Formule de Stirling**.