Exercice 3 : Robot de peinture

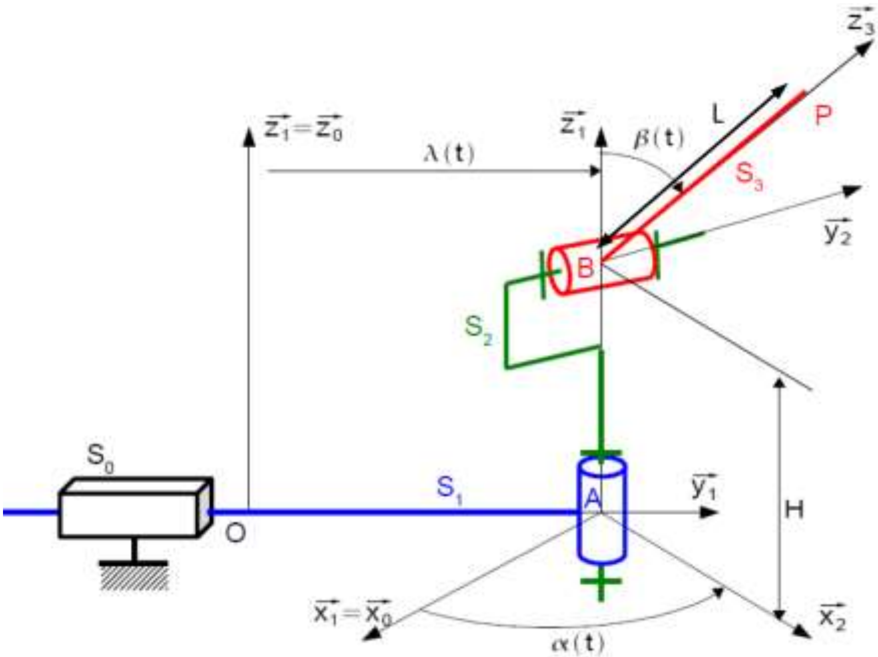
Ce système est constitué de quatre solides :

- le bâti 0, de repère associé $R_0 = (O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$;

- le chariot 1 de repère associé $R_1 = (A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$;

- le corps 2, de repère associé $R_2 = (A, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$;

- le bras 3, de repère associé $R_3 = (B, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$.



Question 5 : A partir de la question précédente, donner les 3 équations scalaires qui traduisent le fait que P se déplace selon $\overrightarrow{x_0}$ à la vitesse V constante conformément au cahier des charges. En déduire $\dot{\beta}$.

$$\begin{cases} \vec{V}_{P\in 3/0}\cdot\vec{x}_0 = V \\ \vec{V}_{P\in 3/0}\cdot\vec{y}_0 = 0 \\ \vec{V}_{P\in 3/0}\cdot\vec{z}_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\dot{\lambda}\vec{y}_1 + L\left(\dot{\alpha}\sin\beta\vec{y}_2 + \dot{\beta}\vec{x}_3\right)\right]\cdot\vec{x}_0 = V \\ \left[\dot{\lambda}\vec{y}_1 + L\left(\dot{\alpha}\sin\beta\vec{y}_2 + \dot{\beta}\vec{x}_3\right)\right]\cdot\vec{y}_0 = 0 \\ \left[\dot{\lambda}\vec{y}_1 + L\left(\dot{\alpha}\sin\beta\vec{y}_2 + \dot{\beta}\vec{x}_3\right)\right]\cdot\vec{z}_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L\dot{\alpha}\sin\beta\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) + L\dot{\beta}(\cos\beta\vec{x}_2 - \sin\beta\vec{z}_2)\cdot\vec{x}_0 = V \\ \dot{\lambda} + L\dot{\alpha}\sin\beta\cos\alpha + L\dot{\beta}(\cos\beta\vec{x}_2 - \sin\beta\vec{z}_2)\cdot\vec{y}_0 = 0 \\ L\dot{\beta}\cos(\frac{\pi}{2}+\beta) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -L\dot{\alpha}\sin\beta\sin\alpha + L\dot{\beta}\cos\beta\cos\alpha = V \\ \dot{\lambda} + L\dot{\alpha}\sin\beta\cos\alpha + L\dot{\beta}\cos\beta\sin\alpha = 0 \\ -L\dot{\beta}\sin\beta = 0 \end{cases}$$

$L \neq 0$ et $\beta \neq 0$, donc la 3ème équation donne $\boxed{\dot{\beta} = 0}$, et donc $\beta = \beta_0$

Et donc il reste : $\begin{cases} -L\dot{\alpha}\sin\beta_0\sin\alpha = V \\ \dot{\lambda} + L\dot{\alpha}\sin\beta_0\cos\alpha = 0 \\ \dot{\beta} = 0 \end{cases}$

On note β_0 la valeur constante de $\beta(t)$ pendant cette opération de peinture.

Question 6 : Exprimer alors entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\alpha}$ en fonction de V, L, α et β_0.

$$\begin{cases} \boxed{\dot{\alpha} = \dfrac{-V}{L\sin\beta_0\sin\alpha}} \\ \dot{\lambda} = -L\dot{\alpha}\sin\beta_0\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \dot{\lambda} = -L\frac{-V}{L\sin\beta_0\sin\alpha}\sin\beta_0\cos\alpha \Rightarrow \boxed{\dot{\lambda} = \frac{V}{\tan\alpha}}$$