**PSI** **9 Décembre 2021**
**MATHEMATIQUES**

Me rendre par trinôme la résolution des exercices suivants : (*Faîtes ce que vous pouvez . Pas de stress ! mais du sérieux et de la volonté*)

**Exercice 1.** Déterminer $a$ pour que 2 soit valeur propre $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & 1+a & 3 \end{pmatrix}$.

**Exercice 2.** (Oral CCINP 2012) Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $det(A) = 10, tr(A) = -6$ et $A - I_3$ est non inversible. Déterminer le polynôme caractéristique de $A$.

**Exercice 3.** : Soient $n \in \mathbb{N}^*, A, B, C, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ telles que $A + C = B + D$.
On note $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2n}(\mathbb{R})$.
Exprimer $\chi_M$ comme produit de deux polynômes de degré $n$.

**Exercice 4.** (Mines 2019) Donner les éléments propres de $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ et trouver les matrices $M \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ telles que $M^2 + M = A$.*Procéder comme l'exemple du cours où on a résolu une équation matricielle*