

Savoirs-faire du Chapitre 1

Rudiments de logique

- Décider si deux propositions sont équivalentes en comparant leurs tables de vérités.
- Nier une conjonction, une disjonction.
- Ecrire la réciproque et la contraposée d'une implication.
- Nier une proposition qui fait intervenir un quantificateur.

Exercice n° 1

1. Montrer que $\neg(p \vee q)$ est équivalente à $(\neg p) \wedge (\neg q)$.
 2. Etant données deux propositions p et q . La négation de $p \Rightarrow q$ est elle $\neg p \Rightarrow \neg q$?
 3. Etant données deux propositions p et q , que signifient les expressions « p est une condition nécessaire de q » et « p est une condition suffisante de q » ?
 4. Énoncer le théorème de Pythagore, sa réciproque ainsi que sa contraposée.
 5. Prouver que la suite $(\cos n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas une suite croissante.
-

Utiliser les notations (notamment sur les ensembles)

- Maîtriser les notations des ensembles de nombres usuels.
- Écrire avec les notations mathématiques un ensemble décrit en français.
- Déterminer une intersection d'intervalles.

Exercice n° 2

1. Décrire en français l'ensemble $\{z \in \mathbb{C} / z^2 \in \mathbb{R}\}$.
 2. Écrire en langage mathématiques l'ensemble E des réels dont le logarithme népérien est strictement supérieur à 4 ainsi que l'ensemble F des entiers naturels qui sont la somme de deux carrés d'entiers naturels non nuls.
 3. Déterminer $] - 7; 5] \cap \llbracket 0; 9 \rrbracket$.
-

Calculer dans \mathbb{R}

- Simplifier des fractions, des racines carrées.
- Manipuler des puissances, en particulier pour factoriser des expressions.
- Résoudre une équation ou une inéquation polynomiale de degré 1 ou 2.
- Interpréter une valeur absolue comme une distance.
- Enlever la valeur absolue d'une expression en distinguant des cas.

Exercice n° 3

1. Simplifier les expressions suivantes : $A = \frac{7}{6} - \frac{2}{15} + \frac{3}{5}$ et $B = \sqrt{\frac{20328}{54}}$.
 2. Factoriser au maximum l'expression $x^5 y^3 - xy^7$ (où x et y désignent des nombres complexes).
 3. Résoudre les équations : $(E_1) : \frac{4}{5}t + 9 = \frac{\pi t - 1}{6}$, $(E_2) : 2x^2 = \pi$ et $(E_3) : (I + 1)(I + 2) = 1$.
 4. Résoudre les inéquations : $(I_1) : 3x - \sqrt{7} \geq \pi x + 1$ et $(I_2) : (t + 7)(t - 3) < 0$.
 5. Résoudre $(E_4) : |x - 2| = 5$ et $(I_3) : |x + 6| = 4$.
 6. Soit x un réel et $C(x) = |x + 2| + |x^2 + 3x + 2|$. Trouver, en distinguant des cas selon les valeurs du réel x , une expression de $C(x)$ sans valeur absolue.
-