Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.
• Vous passez ensuite aux exercices.

Ch. II : Espaces vectoriels, applications linéaires, sommes directes

— Rappels, d'algèbre linéaire : vérification de la linéarité d'une application. Ecriture matricielle d'un endomorphisme explicite ; Somme directe de deux s.-e.v. ; supplémentaires.

— rappels de PCSI : espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Somme directe $A \oplus B$ de deux sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires.

— Somme $\sum_{i=1}^{s} E_i$ de plusieurs sous-espaces vectoriels $E_1, \dots E_s$ d'un $\mathbb{K}$-e.v. E. Somme directe $\bigoplus_{i=1}^{p} E_i$ de plusieurs s.-e.v..

— Décomposition en somme directe d'un espace vectoriel. **Base adaptée** à une somme directe.
Relation $\dim\left(\sum_{i=1}^{s} E_i\right) \leq \sum_{i=1}^{s} \dim(E_i)$, avec égalité si et seulement si la somme est directe.

— Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme.
Pour $u \in \mathcal{L}(E)$, $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$ sont stables par u **[preuves]**
Pour $u, v \in \mathcal{L}(E)$ tels que $u \circ v = v \circ u$, $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$ sont stables par v **[preuves]**

— Endomorphisme induit $u_{|F}^{|F}$ sur un sous-espace vectoriel F stable par $u \in \mathcal{L}(E)$. Matrice triangulaire par blocs.
Ecriture matricielle dans une base adaptée à une somme directe $F \oplus G = E$ lorsque F est stable par u : matrice triangulaire par blocs
Calculs matriciel de produits par blocs.

— Calculs de déterminants : rappels de PCSI : développements par rapport à une ligne ou une colonne. Déterminant d'un produit de matrices. Déterminants triangulaire par blocs. Déterminant et caractérisation de la liberté d'un famille de vecteurs colonnes.

— **Formules de développement** d'un déterminant par rapport à une ligne ou une colonne.

— **Matrices semblables** : $A, B \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{K})$ sont dites semblables (sur $\mathbb{K}$) s'il existe $P \in GL_n(\mathbb{K})$ telle que :

$$B = P^{-1}AP$$

Deux matrices semblables ont même déterminant. Déterminant d'un endomorphisme.

— Déterminant de Vandermonde.

— Trace d'une matrice, d'un endomorphisme. Linéarité, trace d'un produit, d'une transposée ;

— Deux matrices semblables ont même trace. **[preuve]**