Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.
• Vous passez ensuite aux exercices.

chap. IV : Suites et séries de fonctions

- **Convergence simple** , **Convergence uniforme** d'une suite de fonctions sur un intervalle.
- La convergence uniforme implique la convergence simple. **[preuve pour les 5/2]**
- **Théorème de continuité de la limite** d'une suite de fonctions continues, en cas de convergence uniforme.
- **interversion limite-intégrale** sur un segment en cas de convergence uniforme, pour des fonctions continues :
$$\lim_{n\to+\infty}\int_a^b f_n(t)\ \mathrm{d}t = \int_a^b (\lim_{n\to+\infty} f_n(t))\ \mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\ \mathrm{d}t$$
[preuve pour les 5/2]
- **Théorème de convergence dominée**[Admis]
Soient I un **intervalle** de $\mathbb{R}$, $(f_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathcal{F}(I,\mathbb{K})^{\mathbb{N}}$ tels que :
  i) pour tout $n\in\mathbb{N}$, f_n est **continue par morceaux** sur I ;
  ii) la suite (f_n) **CVS** sur I vers f **continue par morceaux sur** I ;
  iii) il existe une fonction $\varphi : I \to \mathbb{R}$ **continue par morceaux**, **positive** et **intégrable** telle que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $|f_n| \le \varphi$.
  (hypothèse de domination de $(f_n)_n$ par une fonction intégrable)

  Alors les fonctions $\boxed{f_n, \text{ pour } n\in\mathbb{N}, \text{ et } f \text{ sont intégrable sur } I}$, la suite $\boxed{\left(\int_I f_n\right)_{n\ge 0} \text{ converge}}$, et $\boxed{\int_I f = \lim_{n\to+\infty}\int_I f_n}$.
- **Théorème de dérivation** de la limite d'une suite de fonctions :
Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathcal{F}(I,\mathbb{K})^{\mathbb{N}}$ une suite de fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur I, qui CVS sur I vers f, et telle que la suite (f_n') de ses dérivées CVU sur I vers h. Alors f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur I, et $f' = h$.
- Série de fonctions. **Convergence simple**. Suite des fonctions sommes partielles. Fonction somme en cas de convergence simple.
- **Convergence uniforme** et **Convergence normale** d'une série de fonctions sur un intervalle.
La convergence normale implique la convergence uniforme.
La convergence uniforme implique la convergence simple.
- **Continuité de la somme** d'une série de fonctions continues qui converge uniformément.
- **Théorème d'intégration terme à terme** sur un segment avec CVU
- **Théorème d'intégration terme à terme** sur un intervalle qcq
- **Théorème de dérivation terme à terme**

• *Exemples à connaître :*
$\zeta : x \longmapsto \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^x}$ est définie sur $]1,+\infty[$
$S : x \longmapsto \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n}$ est définie sur $]-1,1]$

chap. V : Réduction

- Rappels : sous-espaces stables d'un endomorphisme ; droite stable
- **vecteur propre**, **valeur propre**, **spectre**,
sous-espaces propres d'un endomorphisme ou d'une matrice ;

  Les étudiants doivent pouvoir, pour $\lambda\in\mathbb{K}$, faire le lien entre l'inversibilité ou non de $\lambda\mathrm{id}_E - u$ et le fait que λ n'est pas ou est une valeur propre.
- λ valeur propre de u si et seulement si $\det(\lambda\mathrm{id}_E - u) = 0$, recherche des valeurs propres via la factorisation de $\det(x\mathrm{id}_E - u)$ ou $\det(xI_n - A)$
- Détermination explicites de sous-espaces propres via des résolutions de systèmes.