

ch. VI : Fonctions intégrables

- Intégrale généralisée absolument convergente.
- Intégrabilité en une borne.
 - Exemples à savoir traiter : **[pour tous]**
 - $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ est intégrable en $+\infty$
 - $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ n'est pas intégrable en $+\infty$
- Fonction intégrable sur un intervalle.
Espace vectoriel $L^1(I, \mathbb{K})$ des fonctions intégrables (continues par morceaux).
- Théorèmes de comparaisons (\sim , $O()$, $o()$) pour l'intégrabilité.
- Théorème de convergence dominée.
- Théorème d'intégration terme à terme sur un intervalle quelconque.

ch. V : Polynômes annulateurs ; interpolation

- Polynôme annulateur d'une matrice ou d'un endomorphisme.
- Calcul de l'inverse d'une matrice inversible.
- Calcul des puissances via le polynôme de reste de la division euclidienne par un polynôme annulateur.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange en les (x_0, \dots, x_n) deux à deux distincts.

Les étudiants doivent connaître les formules $L_i = \prod_{0 \leq k \leq n, k \neq i} \frac{X - x_k}{x_i - x_k}$ **[pour tous]**

Théorème d'interpolation : (L_0, \dots, L_n) est une base de $\mathbb{K}_n[X]$, et la décomposition unique d'un polynôme $P \in \mathbb{K}_n[X]$ est donnée par la formule :

$$P = \sum_{i=0}^n P(a_i) L_i$$

lemme : $L_i(a_j) = \delta_i^j$ pour tous $i, j \in \llbracket 0, n \rrbracket$.

lemme : (L_0, \dots, L_n) est libre dans $\mathbb{K}_n[X]$ **[niveau *]**

- Déterminants de Vandermonde.

Formule $V_n(x_1, \dots, x_n) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$ **[pour tous]**

démonstration de la formule de récurrence $V_{n+1}(x_1, \dots, x_{n+1}) = V_n(x_1, \dots, x_n) \times \prod_{k=1}^n (x_{n+1} - x_k)$ **[niveau *]**

à venir : Condition suffisante de nullité d'une fonction continue intégrable et d'intégrale nulle. Norme 1 sur $L^1(I, \mathbb{K})$.

Déroulement d'une colle :

- Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques points **[pour tous]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques points **[niveau ★]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

- Vous passez ensuite aux exercices.

Liste (en construction) **[niveau ★]** : T2 Esteban, T4 Mathis, T6 Youn, Corentin et Titouan, T7 Clémentine