Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques **[preuves⋆]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

• Vous passez ensuite aux exercices.

chap. VI : Séries de fonctions

— Série de fonctions. **Convergence simple**. Suite des fonctions sommes partielles. Fonction somme en cas de convergence simple.

— **Convergence uniforme** et **Convergence normale** d'une série de fonctions sur un intervalle.
La convergence normale implique la convergence uniforme.
La convergence uniforme implique la convergence simple.

— **Continuité de la somme** d'une série de fonctions continues qui converge uniformément.

— **Théorème d'intégration terme à terme** sur un segment avec CVU

— **Théorème d'intégration terme à terme** sur un intervalle qcq

— **Théorème de dérivation terme à terme**

Cas de dérivées successives.

• *Exemples à travailler pour illustrer le cours :*

$\zeta : x \longmapsto \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^x}$ est définie sur $]1, +\infty[$

$S : x \longmapsto \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$ est définie sur $]-1, 1]$

chap. VII : Réduction

— Rappels : sous-espaces stables d'un endomorphisme ; droite stable

— **vecteur propre**, **valeur propre**, **spectre**, **sous-espaces propres** d'un endomorphisme ou d'une matrice ;

Les étudiants doivent pouvoir, pour $\lambda \in \mathbb{K}$, faire le lien entre l'inversibilité ou non de $\lambda \mathrm{id}_E - u$ et le fait que λ n'est pas ou est une valeur propre.

— λ valeur propre de u si et seulement si $\det(\lambda \mathrm{id}_E - u) = 0$, recherche des valeurs propres via la factorisation de $\det(x\mathrm{id}_E - u)$ ou $\det(xI_n - A)$

— Détermination explicites de sous-espaces propres via des résolutions de systèmes.

— **Polynôme caractéristique** χ_u (unitaire) d'un endomorphisme u, via sa matrice A dans une base :

$$\boxed{\chi_A(x) = \det(xI_n - A)}$$
$$\boxed{\quad = x^n - \mathrm{tr}(A)x^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det(A)}$$

$$\boxed{\chi_A = X^n - \mathrm{tr}(A)X^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det(A)}$$

— Deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique. **[preuve ⋆]**

— **multiplicité d'une valeur propre**

— Lorsque χ_A est **scindé** sur $\mathbb{K}$:

$$\boxed{\chi_A(x) = \prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}_{\mathbb{K}}(A)} (x-\lambda)^{m_\lambda}}$$

$$\boxed{n = \sum_{\lambda \in \mathrm{Sp}_{\mathbb{K}}(A)} m_\lambda}, \quad \boxed{\det(A) = \prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}_{\mathbb{K}}(A)} \lambda^{m_\lambda}},$$

$$\boxed{\mathrm{tr}(A) = \sum_{\lambda \in \mathrm{Sp}_{\mathbb{K}}(A)} m_\lambda \times \lambda}$$

— Toute famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes 2 à 2 est libre. **[preuve ⋆]**

— **Les sous-espaces propres d'un endomorphismes sont en somme directe. [preuve]**