

I. Annales Mines-Telecom

Exercice 1

Soit la matrice $A(\ell) = \begin{pmatrix} 0 & \sin(\ell) & \sin(2\ell) \\ \sin(\ell) & 0 & \sin(2\ell) \\ \sin(2\ell) & \sin(\ell) & 0 \end{pmatrix}$.

Discuter de la diagonalisabilité de $A(\ell)$ suivant les valeurs de $\ell \in \mathbb{R}$.

Exercice 2

On se place dans un repère orthonormé du plan. On considère n points du plan, A_1, \dots, A_n donnés par leurs coordonnées dans ce repère, $\forall i \in \{1, \dots, n\}$, $A_i = (a_i, b_i)$.

Soit $M = (x, y)$ on définit f telle que $f(M) = \sum_{i=1}^n MA_i^2$.

Déterminer le (ou les) extremum de f .

Exercice 3

Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{3n+1}\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{6n+1}\right) \right]^n$.