Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.

• Vous passez ensuite aux exercices.

ch. VII :Réduction

— **Théorème de C.N.S. de diagonalisabilité** (lorsque la somme directe des sous-espaces propres est égale à l'espace, ou lorsque pour chaque valeur propre la dimension du sous-espace propre est égale à la multiplicité).

— **C.S. de diagonalisabilité** (lorsque le polynôme caractéristique est scindé à racines simples)

— Trigonalisabilité, Théorème de C.N.S. de trigonalisabilité (lorsque le polynôme caractéristique est scindé) [preuve non exigible],
en particulier, toute matrice est trigonalisable sur $\mathbb{C}$.

— Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable,
Calcul des puissances d'une matrice trigonalisable
programme PC : « La technique générale de trigonalisation n'est pas au programme. On se limite dans la pratique à des exemples simples en petite dimension et tout exercice de trigonalisation effective doit comporter une indication. »

— Suites récurrentes linéaires à coefficients constants d'ordre quelconque : $u_{n+\ell} = a_{\ell-1}u_{n+\ell-1} + \cdots + a_0 u_n$
Les étudiants doivent savoir expliciter sur un exemple une écriture matricielle $V_{n+1} = AV_n$ avec $V_n = \begin{pmatrix} u_n \\ \vdots \\ u_{n+\ell-1} \end{pmatrix}$ de la relation de récurrence.
Dans le cas de valeurs propres 2 à 2 distinctes pour la matrice (compagnon) associée à la relation de récurrence, la suite est une combinaison linéaire des puissances des valeurs propres : $\exists(\alpha_1, \ldots, \alpha_\ell);\ \forall p \in \mathbb{N},\ u_p = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \lambda_i^p$

— Rappels et compléments sur les récurrences linéaires d'ordre 2 à coefficients constants, vues en PCSI

ch. VIII : Séries entières

— Série entière $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$. Lien avec les séries numériques et les séries de fonctions.

— **Rayon de convergence** $R = \sup\{r \geq 0;\ (|a_n|r^n)_n \text{ bornée }\}$.
Lemme d'Abel. Absolue convergence d'une série entière sur son disque ouvert de convergence $D(0, R)$.

Détermination pratique du rayon de convergence (*la seule règle de d'Alembert au programme concerne les séries numériques, tout autre méthode nécessite une justification*). Comparaison de rayons de convergence.

— Séries entières de référence : rayon de convergence et somme sur le disque ouvert de convergence dans le cas d'une **série entière géométrique** $\sum z^n$, ou dans le cas d'une **série entière exponentielle** $\sum \frac{1}{n!} z^n$

— Continuité de la somme d'une série entière complexe sur le disque ouvert de convergence (preuve admise) pour la somme de la série entière de la variable complexe.

à venir : développements en séries entières d'une variable réelle. DSE usuels, solutions d'équations différentielles.