Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.
• Vous passez ensuite aux exercices.

chap. V : Réduction

- Eléments propres d'une matrice ou d'un endomorphisme.
- **Systèmes de suites récurrentes linéaires** à coefficients constants, cas diagonalisable
$V_n = \begin{pmatrix} v_{n,1} \\ \vdots \\ v_{n,p} \end{pmatrix}$ et relation $V_{n+1} = A \times V_n$
les étudiants doivent savoir en déduire une formule de la forme $V_n = PD^nP^{-1}V_0$, $\forall n \in \mathbb{N}$, avec D diagonale, lorsque $A \in \mathcal{M}_p(\mathbb{K})$ est diagonalisable.
- Suites récurrentes linéaires à coefficients constants d'ordre quelconque : $u_{n+\ell} = a_{\ell-1}u_{n+\ell-1} + \cdots + a_0 u_n$

Les étudiants doivent savoir expliciter sur un exemple une écriture matricielle $V_{n+1} = AV_n$ avec $V_n = \begin{pmatrix} u_n \\ \vdots \\ u_{n+\ell-1} \end{pmatrix}$ de la relation de récurrence. Dans le cas de valeurs propres 2 à 2 distinctes pour la matrice (compagnon) associée à la relation de récurrence, la suite est une combinaison linéaire des puissances des valeurs propres : $\exists(\alpha_1, \dots, \alpha_\ell);\ \forall p \in \mathbb{N},\ u_p = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \lambda_i^p$

ch. VI : Equations différentielles, systèmes différentiels

- **Equation différentielle linéaire d'ordre 1** à coefficients constants, avec second membre continu :
$y' = a\ y + b(t)$ (rappel de PCSI)
- **Equation différentielle linéaire d'ordre 1** avec second membre, à coefficients continus : $y' = a(t)\ y + b(t)$ (rappel de PCSI) Pour $a : I \to \mathbb{K}$ continue, détermination des solutions sur I de $(H)\quad y' = a(t)y$ **[preuve]**
- **Equations différentielles linéaires d'ordre 2** à coefficients constants $ay'' + by' + cy = 0$, avec $a, b, c \in \mathbb{K}$
- **Système différentiel linéaire** à coefficients constants, sans second membre :
$$X'(t) = A\ X(t)$$
Résolution dans le **cas diagonal**
$$Z' = D\ Z$$
puis dans le **cas diagonalisable**, en posant $A = PDP^{-1}$ et $Z : t \longmapsto P^{-1}X(t)$
Ecriture des solutions réelles à l'aide des parties réelles et imaginaires des solutions complexes.
- Système différentiel linéaire (à coefficients continus) :
$X' = A(t)X + B(t)$
- Problème de Cauchy
$$\boxed{(\mathcal{PC}) \begin{cases} X'(t) = A(t)\ X(t) + B(t) & (\mathcal{E}) \\ X(t_0) = X_0 & (\mathcal{CI}) \end{cases}}$$

- Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire (admis, preuve H.P.) : existence d'une unique solution d'un problème de Cauchy linéaire du type (PC) lorsque les applications A et B sont continues.

  Principe de superposition.
- Résolution explicite d'un problème de Cauchy avec A constante et $B(t) = 0$: écriture de l'unique solution dans le cas linéaire diagonal, ou dans le cas **diagonalisable**.
- Cas de Système différentiel linéaire trigonalisable à coefficients constants $X' = AX$, avec A trigonalisable (sans second membre).
- Structure de l'ensemble des solutions des équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients continus, de la forme : $(E)\quad a(t)y'' + b(t)y' + c(t) = d(t)$, avec a, b, c, d continues sur I et $a(t) \neq 0,\ \forall t \in I$
Structure de $\mathbb{K}$-e.v. de dimension 2 de l'ensemble des solutions des équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients continus, de la forme : $(E)\quad a(t)y'' + b(t)y' + c(t) = 0$, avec a, b, c continues sur I et $a(t) \neq 0,\ \forall t \in I$

(N.B. pour les colleurs : la méthode de Lagrange pour en déterminer explicitement une base est Hors Programme)

à venir : Variables aléatoires.