Déroulement d'une colle :

- Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une $\boxed{\text{formule}}$ encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques **[preuves⋆]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

- Vous passez ensuite aux exercices.

ch. VI :Réduction

— Systèmes de suites récurrentes linéaires à coefficients constants, cas diagonalisable

— Suites récurrentes linéaires à coefficients constants d'ordre quelconque : $u_{n+\ell} = a_{\ell-1}u_{n+\ell-1} + \cdots + a_0 u_n$

Les étudiants doivent savoir expliciter sur un exemple une écriture matricielle $V_{n+1} = AV_n$ avec $V_n = \begin{pmatrix} u_n \vdots u_{n+\ell-1} \end{pmatrix}$ de la relation de récurrence.

Dans le cas de valeurs propres 2 à 2 distinctes pour la matrice (compagnon) associée à la relation de récurrence, la suite est une combinaison linéaire des puissances des valeurs propres :

$$\exists(\alpha_1, \ldots, \alpha_\ell);\ \forall p \in \mathbb{N},\ u_p = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \lambda_i^p$$

— Rappels et compléments sur les récurrences linéaires d à coefficients constants, vues en PCSI

Exemples à connaître :

$A = \begin{pmatrix} 0 & -11 & 0 \end{pmatrix}$ est diagonalisable sur $\mathbb{C}$, pas sur $\mathbb{R}$.

$T = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ n'est pas diagonalisable sur $\mathbb{R}$ ou sur $\mathbb{C}$, mais son polynôme caractéristique $\chi_T = (X-1)^2$ est scindé.

ch. XI : Equations différentielles, systèmes différentiels

— **Equation différentielle linéaire d'ordre 1** à coefficients constants, avec second membre continu : $y' = a\ y + b(t)$ (rappel de PCSI)

— **Equation différentielle linéaire d'ordre 1** avec second membre, à coefficients continus : $y' = a(t)\ y + b(t)$ (rappel de PCSI) Pour $a : I \to \mathbb{K}$ continue, détermination des solutions sur I de $(H)\quad y' = a(t)y$ **[preuve]**

— **Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants** $ay'' + by' + cy = 0$, avec $a, b, c \in \mathbb{K}$

— **Système différentiel linéaire** à coefficients constants, sans second membre : $X'(t) = A\ X(t)$

Résolution dans le **cas diagonal** $Z' = D\ Z$, puis dans le **cas diagonalisable**, en posant $A = PDP^{-1}$ et $Z = P^{-1}X$

Ecriture des solutions réelles à l'aide des parties réelles et imaginaires des solutions complexes.

— Système différentiel linéaire (à coefficients continus) : $X' = A(t)X + B(t)$

Problème de Cauchy $\boxed{(\mathcal{PC}) \left\{ \begin{array}{lcll} X'(t) & = & A(t)\ X(t) + B(t) & (\mathcal{E}) \\ X(t_0) & = & X_0 & (\mathcal{CI}) \end{array} \right.}$

Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire (admis, preuve H.P.). principe de superposition.

— Résolution explicite d'un problème de Cauchy avec A constante et $B(t) = 0$: écriture de l'unique solution dans le cas linéaire diagonal, ou dans le cas **diagonalisable**.

Cas de Système différentiel linéaire trigonalisable à coefficients constants $X' = AX$, avec A trigonalisable (sans second membre).

— **Structure de $\mathbb{K}$-e.v. de dimension** 2 de l'ensemble des solutions des équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients continus, de la forme : $(E)\quad a(t)y'' + b(t)y' + c(t) = d(t)$, avec a, b, c, d continues sur I et $a(t) \neq 0,\ \forall t \in I$

(N.B. pour les colleurs : la méthode de Lagrange pour en déterminer explicitement une base est Hors Programme)

à venir la semaine suivante : pas de colle la semaine du salon des grandes écoles vendredi 20/12