Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques points **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques **[preuves⋆]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

• Vous passez ensuite aux exercices.

ch. IX : Séries entières

1. **Séries entières de la variable complexe.**
   - Série entière $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$. Lien avec les séries numériques et les séries de fonctions.
   - **série entière géométrique** $\sum z^n$,
   - **série entière exponentielle** $\sum \frac{1}{n!} z^n$
   - Lemme d'Abel. Absolue convergence d'une série entière sur son disque ouvert de convergence $D(0,R)$.
   - **Rayon de convergence** : $R = \sup\{r \geq 0;\ (|a_n| r^n)_n \text{ bornée }\}$.
   - Somme d'une série entière.
   - **règle de d'Alembert des séries entières**.
   - $R\left(\sum a_n x^n\right) = R\left(\sum n a_n x^n\right)$ **[preuve ⋆]**
   - Comparaison de rayons de convergence avec O ou $\sim$.
   - Rayon de convergence de la somme de deux séries entières,
2. **Séries entières de la variable réelle.**
   - Série entière d'une variable réelle.
     Intervalle **ouvert de convergence** $]-R,R[$.
     Convergence normale sur tout segment de $]-R,R[$.
   - Convergence normale d'une série entière de la variable réelle sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence. **[preuve ⋆]**
   - Continuité de la somme d'une série entière réelle $\sum a_n x^n$ sur l'ouvert de convergence $]-R,R[$.
   - **Dérivation terme à terme des séries entières**
     La fonction somme $S : t \longmapsto \sum_{n=0}^{+\infty} a_n t^n$ estd e classe $\mathcal{C}^\infty$ sur l'ouvert de convergence $]-R,R[$ et :
     $$\forall k \in \mathbb{N},\ \forall t \in]-R,R[,\ S^{(k)(t)} = \sum_{n=k}^{+\infty} \frac{n!}{(n-k)!} a_n t^{n-k}$$
   - Fonction développable en série entière.
   - **Unicité du développement en série entière** lien avec les développements limités.

à venir : intégration terme à terme, fonctions DSE usuelles de la variable réelle ; utilisation d'équations différentielles, produits de Cauchy

ch. VIII : Probabilités discrètes, variables aléatoires

- Variance d'une somme de deux variables aléatoires. **Covariance**.
  $\mathbb{V}[X+Y] = \mathbb{V}[X] + \mathbb{V}[Y] + 2Cov(X,Y)$
- Si X et Y sont indépendantes, alors $\mathbb{V}[X+Y] = \mathbb{V}[X] + \mathbb{V}[Y]$ **[preuve ⋆]**
- Variance d'une somme.
- **Coefficient de corrélation** $\rho(X,Y) = \frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathbb{V}(X)\mathbb{V}(Y)}}$.
- interprétation de $-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$ par l'inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Indépendance (mutuelle) d'une suite de variables aléatoires.
- lemme des coalitions.

à venir : espaces euclidiens

Liste (en construction) **[préparation avancée ⋆]** :

T1 : Clémence
T3 : Ollie (Mathéïs)
T4 : Marie
T5 : Arthus, Volodymyr
T7 : Enora, Camille G.