Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.
• Vous passez ensuite aux exercices.

ch. X : Intégrales à paramètre

les étudiants doivent réviser le chapitre sur les intégrales généralisées et savoir étudier la convergence d'une intégrale généralisée

— **Théorème de continuité** d'une intégrale à paramètre [Admis, preuve non exigible].
Généralisation au cas de domination (locale compacte) sur tous les segments d'un intervalle.

— **Théorème de dérivation** d'une intégrale à paramètre [Admis, preuve non exigible].
Généralisation au cas de domination de $\left|\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|$ sur des ensembles du type $[a,b]\times J$.

— Théorème de dérivations successives d'une intégrale à paramètre, pour obtenir la classe $\mathcal{C}^k$ pour $k\in\mathbb{N}$. [Admis, preuve non exigible].
— **Exemple de la fonction Γ** d'Euler.

ch. XI : Fonctions de 2 ou 3 variables

0) Préliminaires
— Normes sur un $\mathbb{R}$-espace vectoriel.
— **Normes $\|\|_1$, $\|\|_2$, $\|\|_\infty$ sur $\mathbb{R}^p$.**
— En dimension finies toutes les normes sont équivalentes.
(ADMIS).
— Limite d'une suite de vecteurs de $\mathbb{R}^2$.
— Boules ouvertes, notation $B(A,\rho)$. Ouverts de $\mathbb{R}^2$.
— Continuité d'une fonction $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ définie sur un ouvert $\mathcal{U}$ de $\mathbb{R}^2$
Exercices à réserver aux étudiants des **[preuve ⋆]**
1) Dérivées partielles
— **Dérivées partielles** en un point d'une fonction de $\mathbb{R}^2$ vers $\mathbb{R}$, notations $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)$.
Fonctions dérivées partielles $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.
Généralisation à une fonction de $\mathbb{R}^p$ vers $\mathbb{R}$.
fonctions dérivées partielles $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.
— La **classe $\mathcal{C}^1$**.
— Toute fonction $f:\mathcal{U}\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ admet un **développement limité d'ordre 1** en $a\in\mathcal{U}$:
$$\boxed{f(a+h)\underset{(h)\to(0,0)}{=}f(a)+h_1\frac{\partial f}{\partial x}(a)+h_2\frac{\partial f}{\partial y}(a)+o(h)}$$
— Vecteur **Gradient** $\overrightarrow{Grad\ f}(M)$.
— Application **différentielle** $\mathrm{d}f_A:(h_1,h_2)\longmapsto h_1\dfrac{\partial f}{\partial x}(A)+h_2\dfrac{\partial f}{\partial y}(A)$.
— On dit que $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ admet un minimum local en A appartenant à l'ouvert $\mathcal{U}$ si :
$$\boxed{\exists\varepsilon>0;\ \forall X\in\mathcal{U},\ \|\overrightarrow{AX}\|\le\varepsilon\Rightarrow f(X)\ge f(A)}$$
Extremums locaux, Extremums globaux.
Condition nécessaire d'extremum : annulation du gradient.

— Toute f continue sur un fermé borné K de $\mathbb{R}^2$ et à valeurs réelles y est **bornée et atteint ses bornes** (ADMIS).

Liste **[preuve ⋆]** :

T1 : Mélanie NIVET (CCINP)

T2 : Tamara RUMEN (CCINP, Centrale)

T4 : Angéline PACREAU (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)

T5 :
Aël NEUVEGLISE (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)
Raphaël CANDALH (CCINP/ Mines-Telecom)

T6 : Rozenn LE MARC (CCINP/ Mines-Telecom)

T7 : Brewen GOUEZ-CADOU (CCINP)

Cette liste peut bien sûr évoluer