

ch. XII : Intégrales à paramètre

- **Méthode d'étude de l'intégrabilité** d'une fonction sur un intervalle : ensemble de continuité, techniques de comparaison (\sim , o , O) en les bornes impropres.
les étudiants doivent réviser le chapitre sur les intégrales généralisées et savoir étudier la convergence d'une intégrale généralisée
- **Théorème de continuité** d'une intégrale à paramètre [Admis, preuve non exigible].
Généralisation au cas de domination (locale compacte) sur tous les segments d'un intervalle.
- **Théorème de dérivation** d'une intégrale à paramètre [Admis, preuve non exigible].
Généralisation au cas de domination de $\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|$ sur des ensembles du type $[a, b] \times J$.
- **Exemple de la fonction Γ** d'Euler $\Gamma : x \mapsto \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$. *N.B. : tous doivent savoir montrer la continuité ou la classe \mathcal{C}^1 en exercice*
- **Théorème de dérivations successives** d'une intégrale à paramètre, pour obtenir la classe \mathcal{C}^k pour $k \in \mathbb{N}$. [Admis, preuve non exigible].

— Théorème de convergence dominée à paramètre continu :

Soient A et I deux intervalles de \mathbb{R} , a une borne de A , et $f : A \times I \rightarrow \mathbb{K}$, $(x, t) \mapsto f(x, t)$ telle que :

- Pour tout $t \in I$, $f(x, t) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell(t)$
- Pour tout $x \in A$, $t \mapsto f(x, t)$ et $t \mapsto \ell(t)$ sont continues par morceaux sur I
- il existe une fonction $\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}$ **intégrable** sur I telle que :

$$\forall (x, t) \in A \times I, |f(x, t)| \leq \varphi(t)$$

Alors la fonction ℓ est intégrable sur I et $\int_I f(x, t) dt \xrightarrow{x \rightarrow a} \int_I \ell(t) dt$.

ch. XIII : Indépendance, couples de variables aléatoires

- Couples. Indépendance
 - **Couple de deux variables aléatoires, loi conjointe** $\mathbb{P}_{(X, Y)}$ (ou loi du couple (X, Y)) dans un tableau.
 - **Lois marginales** \mathbf{P}_X et \mathbf{P}_Y . Visualisation dans les marges du tableau précédent.
 - **Indépendance** de deux variables aléatoires.

à venir : *corrélacion, covariance*

Déroulement d'une colle :

- Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques points **[pour tous]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques points **[niveau ★]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

- Vous passez ensuite aux exercices.

Liste (en construction) **[niveau ★]** : T2 Esteban, T4 Mathis, T6 Youn, Corentin, T7 Clémentine