Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**
Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.
• Vous passez ensuite aux exercices.

ch. XI : Fonctions de 2 ou 3 variables

— **règle de la chaîne** : dérivation de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.
interprétation pour les **lignes de niveau planes** $\mathcal{L}_K = \{(x,y); f(x,y) = K\}$ d'une fonction $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$: Le vecteur gradient est orthogonal aux (tangentes des) lignes de niveau.

— **Equations aux dérivées partielles** du premier ordre.
Exemple à connaître :
$\boxed{\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = g(x,y)}$ a pour solutions les fonctions de la forme $f : (x,y) \longmapsto K(y) + \displaystyle\int_{x_0}^{x} g(s,y)\ \mathrm{d}s$

— Dérivées partielles d'ordre 2, fonctions de classe $\mathcal{C}^2$. Théorème de Schwarz (admis)

— Equations aux dérivées partielles du second ordre.
$\boxed{\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \tilde{0}}$ a pour solutions les fonctions de la forme $\big\{(x,y) \longmapsto x\ G(y) + K(y);\ G, K \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})\big\}$

— **Dérivation de fonctions composées** de la forme $(u,v) \mapsto f(x(u,v), y(u,v))$.
Cas des coordonnées polaires, cas des changements de variables affines.
Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine et passage en coordonnées polaires.

ch. XII : Moments, séries génératrices

— **Espérance** d'une variable aléatoire (discrète) : Si $\sum x_n \mathbf{P}[X = x_n]$ est absolument convergente, on dit que X admet une espérance et on note : $\boxed{\mathbb{E}(X) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} x_n\ \mathbf{P}(X = x_n)}$

— **Théorème du transfert** (admis) : $\mathbb{E}(f(X)) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(X = x_n)\ f(x_n)$.

— Propriétés usuelles : **linéarité**. Espérance d'une somme finie de variables aléatoires. Espérance d'un produit de deux variables aléatoires indépendantes.

— **Espérance des lois usuelles :** les étudiants doivent connaître (et savoir calculer par une méthode de leur choix) **l'espérance pour les lois usuelles** $\boxed{\text{Bernoulli } b(p), \text{ binomiale } B(N,p)}$ $\boxed{\text{Poisson } \mathcal{P}(\lambda), \text{ géométriq}}$

— Pour X v.a. discrète, si $\mathbb{E}(X^2)$ existe, alors $\mathbb{E}(X)$ existe.

— **Variance**. Ecart-type. $\mathbb{V}(aX+b) = a^2\mathbb{V}(X)$

— **Variance des lois usuelles :** les étudiants doivent connaître (et savoir calculer par une méthode de leur choix) **la variance pour les lois usuelles** $\boxed{b(p),\ B(N,p),\ P(\lambda),\ \mathcal{G}(p)}$.

— **série génératrice** (des moments)
$$G_X : t \longmapsto \mathbb{E}[t^X] = \boxed{\sum_{k=0}^{+\infty} \mathbf{P}[X = k]\ t^k}$$
les étudiants doivent connaître (et savoir calculer) **les expressions des (sommes des) séries génératrices pour les lois usuelles** $\boxed{b(p),\ B(N,p),\ P(\lambda),\ \mathcal{G}(p)}$.

— Dans le cas d'une loi à valeurs dans $\mathbb{N}$ telle $\mathbb{E}(X^2)$ existe , alors $\boxed{\mathbb{E}[X] = G'_X(1)}$ et $\boxed{\mathbb{V}[X] = G''_X(1) + G'_X(1) - (G'_X(1))^2}$

— Application au **calcul des variances ou espérances des lois usuelles** : $\boxed{b(p),\ \mathcal{B}(N,p),\ \mathcal{P}(\lambda),\ \mathcal{G}(p)}$. **[preuves]**

— Couples. Indépendance

— **Couple de deux variables aléatoires, loi conjointe** $\mathbb{P}_{(X,Y)}$ (ou loi du couple (X,Y)) dans un tableau.

— **Lois marginales** $\mathbf{P}_X$ et $\mathbf{P}_Y$. Visualisation dans les marges du tableau précédent.

— **Indépendance** de deux variables aléatoires.

— Série génératrice d'une somme de deux variables indépendantes $G_{X+Y} = G_X \times G_Y$

— Variance d'une somme (finie), variance d'une somme finie de var

ch. XIII : Suites de variables aléatoires

— Suite de variables mutuellment indépendantes.

à venir : Markov, Bienaymé-Tchebychev, approximation binomiale-Poisson, somme de Poisson indépendantes

Liste **[preuve ⋆]** :

T1 : Mélanie NIVET (CCINP)

T2 : Tamara RUMEN (CCINP, Centrale)

T4 : Angéline PACREAU (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)

T5 :
Aël NEUVEGLISE (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)
Raphaël CANDALH (CCINP/ Mines-Telecom)

T6 : Rozenn LE MARC (CCINP/ Mines-Telecom)

T7 : Brewen GOUEZ-CADOU (CCINP)

Cette liste peut bien sûr évoluer