Interro n° I.a Mathématiques

NOM Prénom :

Durée : 10 min.

1. Rappeler les trois hypothèses portant sur $f : \mathbb{R}^+ \longmapsto \mathbb{R}$ qui assurent que $\sum_{n\geq 0} f(n)$ et $\int_0^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ ont même nature.

2. Soit (u_n) une suite réelle telle que :
   (a) $((-1)^n u_n)$ est de signe constant.
   (b) $(|u_n|)$ est décroissante et tend vers 0.

   Rappeler le nom du théorème qui assure que la série $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge :

   Rappeler, pour $N \in \mathbb{N}$ fixé, une majoration de $\left|\sum_{n=N+1}^{+\infty} u_n\right| \leq$

3. Formule de Stirling : $n! \underset{n\to+\infty}{\sim}$

4. Compléter la définition de convergence simple d'une suite (f_n) de $\mathcal{F}(I,\mathbb{R})$ sur un intervalle I vers $f \in \mathcal{F}(I,\mathbb{R})$:
   (f_n) converge simplement sur I vers f si :

   $\xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$

5. Compléter la définition de convergence uniforme d'une suite (f_n) de $\mathcal{F}(I,\mathbb{R})$ sur un intervalle I vers $f \in \mathcal{F}(I,\mathbb{R})$:
   (f_n) converge uniformément sur I vers f si :

   (f_n) converge simplement sur I vers f
   et

   $\xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$

6. Rappeler la définition de matrices semblables dans $\mathfrak{M}_n(\mathbb{K})$:
   M et N deux matrices de $\mathfrak{M}_n(\mathbb{K})$ sont semblables si :

7. Rappeler la formule de développement par rapport à la $j$ème colonne d'une matrice $M \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{K})$:

   $\det(M) =$

8. Rappeler la nature (convergente ou divergente) de l'intégrale généralisée $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{t}}\mathrm{d}t$:

   .

9. Vrai ou faux : pour toutes matrices $A, B \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$, $\det(AB) = \det(BA)$?

10. Vrai ou faux : pour toutes matrices $A, B \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$ et tous scalaires $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, $\mathrm{Tr}(\lambda A + \mu B) = \lambda\,\mathrm{Tr}(A) + \mu\,\mathrm{Tr}(B)$?