Planche $n°1$ ()

Cours Enoncer une condition nécessaire d'extremum pour une fonction de 2 variables et de classe $\mathcal{C}^1$ et à valeurs réelles.
on ne demande pas démonstration
Si elle n'est pas suffisante, donnez un contre-exemple.

Exercice 1
On considère le couple (X, Y) de variables aléatoires à valeurs dans $\{0, 1\}$, dont la loi est donnée par :
$\mathbf{P}((0,0)) = 1/6$, $\mathbf{P}((0,1)) = 1/3$,
$\mathbf{P}((1,0)) = 1/3$, $\mathbf{P}((1,1)) = 1/6$.

1. Déterminer les lois marginales $\mathbf{P}_X$ et $\mathbf{P}_Y$, à l'aide d'un tableau.
2. Calculer la covariance de X et Y.
3. X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 2
En réalisant le changement de variables

$$\begin{cases} u = x \\ v = x + y \end{cases}$$

déterminer les fonctions $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ solutions de l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

Correction.

compétence	**Très Bien**	**Bien**	**Passable**	**à Revoir**
s'engager dans une **recherche**				
modéliser				
représenter				
raisonner, argumenter				
calculer, utiliser langage symbolique				
communiquer à l'écrit et l'oral				

Note /20 :
commentaire :

Planche $n°2$

Cours Dérivée de $(u,v) \mapsto g(\varphi(u,v))$ pour $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2,\mathbb{R}^2)$ et $g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2,\mathbb{R})$.

on ne demande pas démonstration

Exercice 3

Soit $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par :
$g(x,y) = xe^{x+y^2}$.

1. Justifier que g est de classe $\mathcal{C}^1$ et déterminer les dérivées partielles de g.
2. Quels sont les points critiques de g ?
3. Quels sont les maximums et minimum locaux de g sur $\mathbb{R}^2$?
4. Parmi ceux-ci, lesquels sont globaux ?

Exercice 4

En passant en coordonnées polaires, déterminer les fonctions $f : \mathbb{R}_+^\star \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ solutions de l'équation aux dérivées partielles :

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = \sqrt{x^2+y^2}$$

Correction.

compétence	**Très Bien**	**Bien**	**Passable**	**à Revoir**
s'engager dans une **recherche**				
modéliser				
représenter				
raisonner, argumenter				
calculer, utiliser langage symbolique				
communiquer à l'écrit et l'oral				

Note /20 :

commentaire :

Planche $n°3$

Cours Définitions : dérivées partielles, gradient, application différentielle de $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Exercice 5

1. Rappeler a dédinition d'indépendance de 2 variables aléatoires.
2. Si X et Y sont indépendantes, que dire de $\mathrm{Cov}(X, Y)$?
3. Soient X variable aléatoire telle que : $\mathbb{P}[X = -1] = \mathbb{P}[X = 0] = \mathbb{P}[X = 1] = \frac{1}{3}$, et $Y = 1 - X^2$.
   Montrer que $\mathbb{E}[XY] = 0$, puis calculer $\mathrm{Cov}(X, Y)$. Commentaire ?

Exercice 6

Soit $f : (x, y) \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{xy + y^2}}$.

1. Déterminer l'ensemble D de définition de f.
2. Déterminer le gradient et la différentielle en tout point $M(x, y)$ de D.
3. Quels sont les points critiques ?

Correction.

compétence	**Très Bien**	**Bien**	**Passable**	**à Revoir**
s'engager dans une **recherche**				
modéliser				
représenter				
raisonner, argumenter				
calculer, utiliser langage symbolique				
communiquer à l'écrit et l'oral				

Note /20 :
commentaire :