Déroulement d'une colle :

- Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.

- Vous passez ensuite aux exercices.

## ch.XIII : Suites de variables aléatoires

— variance d'une somme de deux variables indépendantes, généralisation aux sommes finies.

— **1ère Inégalité de Markov** : pour une variable admettant une espérance : $\boxed{\forall t>0,\ \mathbf{P}[|X|\geq t]\leq \frac{\mathbb{E}[|X|]}{t}}$

**[preuve ⋆]**

— 2ème Inégalité de Markov : pour $X$ telle que $\mathbb{E}(X^2)$ existe : $\boxed{\forall t>0,\ \mathbf{P}[|X|\geq t]\leq \frac{\mathbb{E}[X^2]}{t^2}}$

— **Inégalité de Bienaymé-Tchebychev** Pour $X$ telle que $\mathbb{E}(X^2)$ existe : $\boxed{\forall \varepsilon>0,\ \mathbf{P}[|X-\mathbb{E}[X]|\geq \varepsilon]\leq \frac{\mathbb{V}[X]}{\varepsilon^2}}$

— **Loi faible des grands nombres :** si $(X_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi admettant une variance finie (un moment d'ordre 2), alors, si $S_n=\sum_{k=1}^{n}X_k$, $m=\mathbb{E}(X_1)$ et $\sigma=\sigma(X_1)$, on a pour tout $\varepsilon>0$, $\boxed{\mathbf{P}\left(\left|\frac{1}{n}S_n-m\right|\geqslant\varepsilon\right)\xrightarrow[n\to\infty]{}0.}$

— la loi géométrique est sans mémoire.

— Somme de deux variables indépendantes suivant des lois de Poisson. **[preuve ⋆]**

— Fonction de répartition $F_X : t\mapsto \mathbf{P}[X\leq t]$. Limites en $-\infty$ et $+\infty$

— Approximation binomiale-Poisson

# ch. XIV : Arcs paramétrés. Surfaces.

— Dérivabilité d'une fonction $\overrightarrow{f}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^n$, à l'aide de taux d'accroissements vectoriels. Développement limité vectoriel d'ordre 1 pour une fonction dérivable. Classe $\mathcal{C}^k$.

— Arc paramétré continu. Arc paramétré régulier de classe $\mathcal{C}^1$. **Vecteur vitesse**.

— Tangente à une courbe $\Gamma$ représentant un arc paramétré plan $\gamma : t\longmapsto (x(t),y(t))$ en un point $M=\gamma(t_0)$ obtenu pour un paramètre régulier $t_0$ : il s'agit de la droite passant par $\gamma(t_0)$ et dirigée par $\gamma'(t_0)$

— Arc paramétré $\gamma : I\to\mathbb{R}^n$ de classe $\mathcal{C}^k$ pour $k\in\mathbb{N}$. Paramétrisation $\gamma$ de classe $\mathcal{C}^k$ d'une courbe $\Gamma=\gamma(I)$.

— Arc paramétré régulier de classe $\mathcal{C}^2$. Vecteur accélération.

— **Méthode d'étude d'un arc paramétré par** $(x(t),y(t))$ : ensemble de définition, périodicité, réduction de l'intervalle d'étude en cas de symétries, tableau de variations mutuelles pour des arcs réguliers, tracé.

— Dérivation et linéarité : dérivation de $t\mapsto L(\overrightarrow{f}(t))$ pour $L$ linéaire **[preuve]**

— Dérivation et bilinéarité : dérivation de $t\mapsto B(\overrightarrow{f}(t),\overrightarrow{g}(t))$ pour $B$ bilinéaire, dérivation de $t\mapsto <\overrightarrow{f}(t)|\overrightarrow{g}(t)>$, dérivation de $t\mapsto \|\overrightarrow{f}(t)\|_2^2$.

— dérivation de $s\mapsto \overrightarrow{f}(\varphi(s))$, pour $\varphi$ dérivable d'un intervalle réel vers un intervalle réel.

— Obtention d'une équation cartésienne de la tangente à une courbe en un point régulier d'une courbe donnée par son équation (implicite) cartésienne $g(x,y)=0$, à l'aide du vecteur $\mathrm{Grad}g$.

*N.B. : un exercice sur une courbe paramétrée peut être l'occasion de réviser les notions d'ensembles de définition, la notion de dérivabilité, les développements limites, etc !!!*
*N.B. pour les interrogateurs : L'utilisation de développement limités pour trouver la tangente en un point non régulier est* **Hors programme** *(mais comme les développements limités vectoriels sont au programme, on peut guider, comme dans le cas des comportements asymptotiques de solutions de systèmes différentiels...)*
*De même la notion de courbe asymptote (ou de droite asymptote) est* **Hors Programme** .

*à venir :* Plan tangent à une surface, ch.XV : topologie.

Liste **[preuve ⋆]** :

T1 : Mélanie NIVET (CCINP)

T2 : Tamara RUMEN (CCINP, Centrale)

T4 : Angéline PACREAU (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)

T5 :
Aël NEUVEGLISE (on peut essayer de poser un exercice plus formel/abstrait, type Mines-Telecom ou Mines d'abord)
Raphaël CANDALH (CCINP/ Mines-Telecom)

T6 : Rozenn LE MARC (CCINP/ Mines-Telecom)

T7 : Brewen GOUEZ-CADOU (CCINP)

Cette liste peut bien sûr évoluer