Révisions d'analyse

Un des énoncés de cours suivants ainsi qu'une application directe sera proposée lors de l'interrogation orale :

1. **Théorème de dérivation terme à terme** de la somme dune série de fonctions.
2. **Théorème d'interversion limite-intégrale** sur un segment, avec hypothèse de convergence uniforme.
3. **Théorème de convergence dominée**.
4. **Théorème de continuité de la somme d'une série de fonctions**.
5. **Théorème d'intégration terme à terme de la somme d'une série de fonctions**.

ch. XVI : Fonctions génératrices

— Fonction **génératrice** (des moments)

$$\boxed{G_X : t \longmapsto \sum_{k=0}^{+\infty} \mathbf{P}[X=k]\ t^k}$$

ou encore $\boxed{G_X : t \longmapsto \mathbb{E}[t^X]}$

les étudiants doivent connaître (et savoir calculer par une méthode de leur choix) **les expressions des (sommes des) fonctions génératrices pour les lois usuelles** $\boxed{b(p),\ B(N,p),\ P(\lambda),\ \mathcal{G}(p)}$.

— Dans le cas d'une loi à valeurs dans $\mathbb{N}$ telle $\mathbb{E}(X^2)$ existe , alors $\boxed{\mathbb{E}[X] = G'_X(1)}$ et $\boxed{\mathbb{V}[X] = G''_X(1) + G'_X(1) - (G'_X(1))^2}$

— **Calcul des variances ou espérances des lois usuelles** par les fonctions génératrices : $\boxed{b(p),\ \mathcal{B}(N,p),\ \mathcal{P}(\lambda),\ \mathcal{G}(p)}$. **[preuves]**

— Série génératrice d'une somme de deux variables indépendantes.

ch. XV : Calcul différentiel

4) La classe $\mathcal{C}^2$.

— Définition.
Notation des dérivées partielles d'ordre 2. Théorème de Schwarz(Admis)

— **Matrice Hessienne** d'une fonction $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$.

— Toute fonction $f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ admet un **développement limité d'ordre 2** en $a \in \mathcal{U}$:

$$\boxed{f(a+h) \underset{(h)\to(0,0)}{=} f(a) +}$$
$$\boxed{\overrightarrow{\nabla f_a} \cdot \overrightarrow{h} + \frac{1}{2} \overrightarrow{h}^T\ H_f(a)\ \overrightarrow{h} + o\left(\|h\|^2\right)}$$

— **C.N.S. d'extremum** en un point critique pour une application $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$, et interprétation en termes de maximum ou minimum local lorsque le signe commun des valeurs propres est connu.

— En a critique, il s'agit d'un maximum local strict si $\det(H_f(a)) > 0$ et $\mathrm{Tr}(H_f(a)) > 0$, il s'agit d'un minimum local strict si $\det(H_f(a)) > 0$ et $\mathrm{Tr}(H_f(a)) < 0$.

à venir : fin des interrogations orales, préparation des écrits des concours ; des oraux blancs seront proposés en mai-juin

Déroulement d'une colle :

• Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques points **[pour tous]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques points **[niveau ⋆]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

• Vous passez ensuite aux exercices.

Liste (en construction) **[niveau ⋆]** : T2 Esteban, T4 Mathis, T6 Youn, Corentin, T7 Clémentine