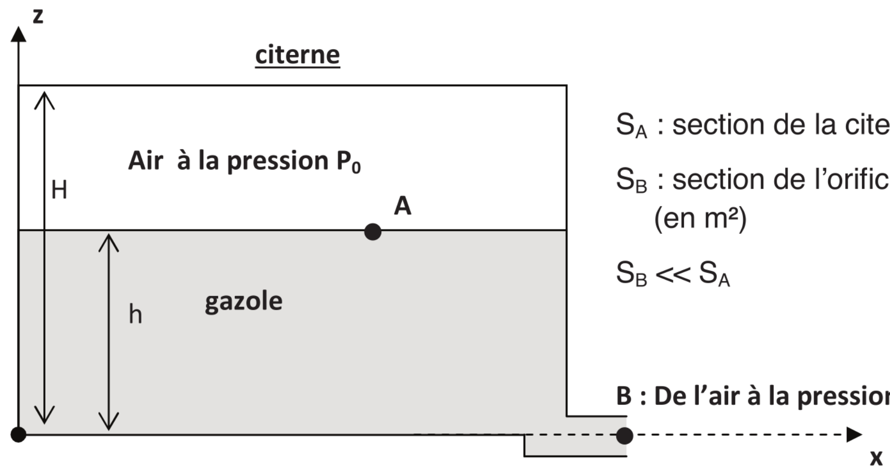
La citerne est munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler.
On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de Bernoulli entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (voir figure ci-après) :

$$\frac{1}{2}\rho\left(V_B^2 - V_A^2\right) + \rho g\left(z_B - z_A\right) + \left(p_B - p_A\right) = 0$$

où

ρ est la masse volumique du gazole,
V_A (respectivement V_B) correspond à la vitesse moyenne (encore appelée vitesse débitante) de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B),
p_A (respectivement p_B) correspond à la pression de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B),
g est l'intensité du champ de pesanteur.



S_A : section de la citerne au niveau du point A (en m²)

S_B : section de l'orifice d'écoulement au niveau du point B (en m²)

$S_B << S_A$

D1. Quelles sont les conditions d'application de la relation de Bernoulli ?

D2. Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ?

En déduire une relation entre les vitesses moyennes en A et B.

D3. Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B, exprimer la vitesse moyenne V_B de l'écoulement en B à l'aide de h et g.

D4. La citerne est initialement pleine.

Exprimer le temps nécessaire T pour la vidanger complètement, à l'aide de S_A, S_B, H et g.

Calculer T.

E / Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique modélisable par la formule suivante :

$$\frac{1}{2}\rho\left(V_B^2 - V_A^2\right) + \rho g\left(z_B - z_A\right) + \left(p_B - p_A\right) = -\frac{1}{2}K_C\rho V_B^2 \quad \textit{avec } K_c \approx 0{,}55 \textit{ (sans dimension)}$$

E1. Déterminer une nouvelle expression de V_B en tenant compte de la perte de charge singulière.

E2. Exprimer à nouveau le temps nécessaire T' pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de T et K_c.

Calculer T'. Commenter.

DONNEES NUMÉRIQUES

Section de la citerne au point A :	$S_A = 1,00\ m^2$
Section de l'ouverture au point B :	$S_B = 1,00.10^{-3}\ m^2$
Rayon des sections des conduites et des coudes :	$a = 1,80$ cm
Intensité du champ de pesanteur :	$g = 9,81\ m.s^{-2}$
Masse volumique du gazole :	$\rho = 840\ kg.m^{-3}$
Viscosité dynamique du gazole :	$\eta = 5.10^{-3}\ kg.m^{-1}.s^{-1}$
Vitesse moyenne des les conduites :	$V_{moy} = 4,50\ m.s^{-1}$

Coefficient K pour les pertes de charge singulière :

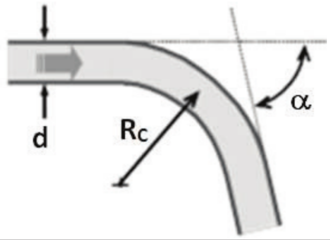
<table>
<tr>
<td>

Coude brusque :

$K = \sin^2\alpha + 2\sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

</td>
<td>

Coude arrondi de rayon de courbure R_C et de diamètre d (α est en degré) *:*



$K = \frac{\alpha}{180}.\left(0,131 + 1,847.\left(\frac{d}{R_C}\right)^{7/2}\right)$

</td>
</tr>
</table>