

Cinématique

1. Trajectoire d'un ballon 😊

On donne les équations horaires du mouvement d'un ballon en coordonnées cartésiennes:

$$x(t) = v_1 t \text{ et } y(t) = -c t^2 + v_2 t \quad v_1, v_2, c, \text{ étant des constantes positives}$$

- 1) Établir l'équation de la trajectoire du ballon et la représenter. Quelle type de trajectoire est-ce ?
- 2) Déterminer l'expression de la norme de la vitesse $\|\vec{v}(t)\|$ du ballon à l'instant t ?
- 3) Déterminer la date t_1 pour laquelle $\|\vec{v}(t)\|$ est minimale. A quel point de la trajectoire correspond cette vitesse ?
- 4) Déterminer la date t_2 pour laquelle $\|\vec{v}(t_2)\| = \|\vec{v}(0)\|$. Calculer $y(t_2)$ et conclure.

Rep : 3) $t_1 = v_2 / (2c)$ 4) Rep : $t_2 = 2t_1$

2. Freinage d'urgence 😊😊

James B (noté B) au volant de sa décapotable suit à une distance D Victor A (noté A) au volant de son 4x4. Les deux véhicules roulent à la même vitesse constante $v_0 = 108 \text{ km.h}^{-1}$.

Tout à coup, Victor A commence à freiner avec une décélération constante $a_1 = 6 \text{ m.s}^{-2}$; James B réagit et commence à freiner avec un retard de $\tau = 1 \text{ s}$ et une décélération constante $a_2 = 5 \text{ m.s}^{-2}$.

Quelle condition doit satisfaire D pour que James B s'arrête sans heurter Victor A ?

Rep : $D > 45 \text{ m}$

3. Histoire de mouche 😊😊

Une mouche se trouve à l'extrémité de la trotteuse d'une horloge qui tourne de façon continue. La longueur de la trotteuse est notée r_0 . Elle se dirige vers le centre en restant sur l'aiguille à une vitesse constante $v_0 = 1 \text{ cm.s}^{-1}$.

- 1) Quel est le mouvement de la mouche dans le référentiel terrestre (lié au sol)? Et dans le référentiel lié à la trotteuse ?
- 2) Quelle est la vitesse angulaire de rotation de la mouche dans le référentiel terrestre ?
- 3) Donner l'expression du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération de la mouche en coordonnées polaires ?
- 4) Représenter à un instant donné, les vecteurs vitesse et accélération.

4. Etude cinématique d'un tourne-disque 😊😊

Un tourne-disque, posé sur une table comporte un plateau de centre O , de rayon $R = 16 \text{ cm}$. Dans tout le problème, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre.



Première partie : le disque tourne à la vitesse angulaire de $33 \text{ tours.min}^{-1}$ supposée constante dans le sens anti-horaire. On note $t_0 = 0 \text{ s}$, l'origine des temps.

1. Quel est le mouvement de tout point M du disque ?
2. Calculer la vitesse angulaire ω_0 de rotation du disque en rad.s^{-1} .
3. On étudie, grâce à ses coordonnées polaires, le mouvement d'un point M particulier situé à la distance $r = 10 \text{ cm}$ du centre O du disque. Pour cela, on associe au référentiel d'étude le repère d'espace $R(0, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ définissant le plan du mouvement.

Faire un schéma dans le plan du mouvement du repère d'espace $R(0, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ et du point M sur sa trajectoire en précisant ses coordonnées polaires ainsi que la base polaire associée.

4. Établir l'expression de son vecteur position \vec{OM} puis de son vecteur vitesse \vec{v} dans la base polaire, calculer la norme v de la vitesse.
5. Exprimer, puis calculer la distance parcourue par le point M pendant la durée $t_1 - t_0 = 2 \text{ min } 30 \text{ s}$?
6. Établir l'expression de l'accélération \vec{a} du point M dans la base polaire, en fonction de r , ω_0 , puis en fonction de r et v . Calculer sa norme à la date t_1 .
7. Représenter les vecteurs vitesse et accélération sur le schéma de la question 3.

Deuxième partie : à l'instant t_1 , une phase de freinage du plateau débute et celui-ci s'immobilise à l'instant $t_2 = 2 \text{ min } 40 \text{ s}$.

8. Durant cette phase, la vitesse angulaire ω est donnée par la relation $\omega = a - b t$. Déterminer les paramètres de freinage a et b en fonction de ω_0 , t_1 et t_2 . Les calculer en précisant leurs unités.
9. Déterminer les expressions du vecteur vitesse et du vecteur accélération du point M dans la base polaire durant la période de freinage, en fonction de t , r , a et b .

5. Jeu de mécano ☺☺

On utilise un jeu de mécano pour construire un dispositif constitué de deux barres identiques OA et AB, chacune de longueur $2b$, articulé en A et assujetties à rester dans le plan $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$. B glisse le long de l'axe Ox et l'angle $\varphi = (\vec{u}_x, \vec{OA}) = \omega t$ avec ω constante. Voir figure ci-contre.



1) Déterminer l'équation de la trajectoire du milieu M de AB.

2) Déterminer la vitesse et l'accélération de M.

Rep : 1) $(x/(3b))^2 + (y/b)^2 = 1$; 2) $\vec{a} = -\omega^2 \vec{OM}$

