Théorème du moment cinétique

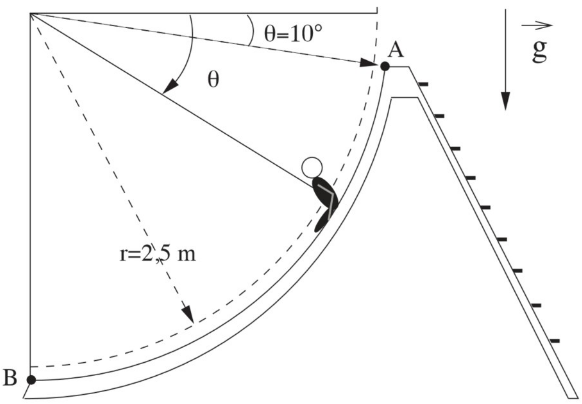
1. Ordres de grandeur ☺

1) Donner l'ordre de grandeur du moment cinétique de la terre par rapport au centre du soleil dans son mouvement de rotation autour de celui-ci.

2) Dans le modèle de Bohr, le mouvement de l'électron autour du noyau est assimilé à un mouvement circulaire et uniforme de centre O confondu avec le noyau. La trajectoire de rayon r_0= 53pm est parcourue à la fréquence $f = 6{,}6.10^{15}\,\text{Hz}$. Calculer le moment cinétique de l'électron.

2. Toboggan ☺☺

On se place dans le référentiel terrestre. Un enfant, que l'on assimilera a un point matériel M de masse m = 40 kg, glisse sur un toboggan décrivant une trajectoire circulaire de rayon r =2,5 m. L'enfant, initialement en A, se laisse glisser (vitesse initiale nulle) et atteint le point B avec une vitesse v_B. On supposera le référentiel terrestre galiléen et les frottements négligeables.



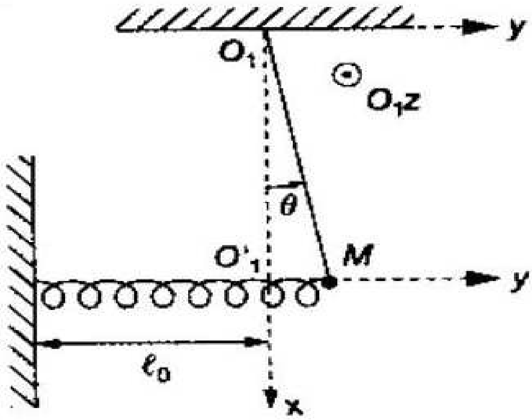
1) A l'aide du théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle vérifiée par θ(t).

2) A partir de l' équation précédente, exprimer la vitesse en fonction de θ. Calculez la vitesse v_B de l'enfant en B.

3) Retrouver la vitesse v_B par un calcul direct.

3. Oscillations d'une masse ☺☺☺

Un point matériel *M* de masse *m* est relié à un fil inextensible de longueur *L* et de masse négligeable, ainsi qu'à un ressort horizontal de raideur *k* et de longueur au repos l_0. Le fil est vertical lorsque le point matériel se trouve au repos en O'_1.



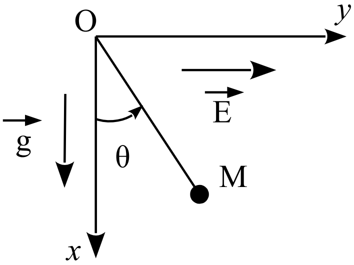
On suppose des petites oscillations quasi horizontales du point M tel que $O'_1M << L$.

La position du point M est repérée par l'angle d'inclinaison θ(t) du pendule par rapport à la verticale (θ(t) est supposé faible)

Établir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique appliqué en O_1. En déduire la période T_0 des petites oscillations autour de la position d'équilibre.

4.Pendule électrostatique ☺☺

Un pendule électrostatique est constitué d'une boule de polystyrène expansé recouverte d'une feuille d'aluminium et suspendue à une potence par un fil de masse négligeable.



La boule est préalablement chargée avec une charge électrique Q = 2,3.10^{-4} C. L'ensemble est placé entre deux plaques de cuivre planes et parallèles soumises à une différence de potentiel telle qu'elles génèrent un champ électrique uniforme $\vec{E} = E\,\vec{u_y}$ avec $E = 500\ V.m^{-1}$.

La longueur du pendule est $OM = R = 10\ cm$ et la masse de la boule assimilée à un point *M* est $m = 20\ g$. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) Représenter les forces agissant sur la boule.

2) Établir l'équation différentielle du mouvement en θ grâce au le théorème du moment cinétique en O appliqué à M.

3) En déduire la position d'équilibre θ_e du pendule.

4) On écarte le pendule légèrement de sa position d'équilibre. Déterminer la pulsation ω_0 des oscillations puis calculer sa période T_0.

On admettra que pour $|\varepsilon| << \theta_e$, on a $\cos(\theta_e + \varepsilon) \approx \cos(\theta_e) - \varepsilon \sin(\theta_e)$ et $\sin(\theta_e + \varepsilon) \approx \sin(\theta_e) + \varepsilon \cos(\theta_e)$.

<u>*Rep*</u> *: $\tan\theta_e = (QE)/mg$ et* $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{\left[1+\left(\dfrac{QE}{mg}\right)^2\right] g\cos\theta_e}}$