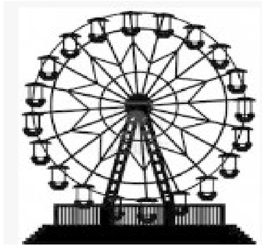
Mouvements d'un solide

1. Grande roue ☺



1) Quel est le mouvement de chaque rayon d'une grande roue?
2) Quelle est le mouvement d'une nacelle?
3) Ces résultats resteraient-ils vrais si le moteur s'emballait et faisait tourner la roue 10 ou 20 fois plus vite?

2. Comment différentier un œuf dur d'un œuf cru ?☺☺

Expérience : Faire tourner un œuf dur puis un un œuf cru sur lui même.

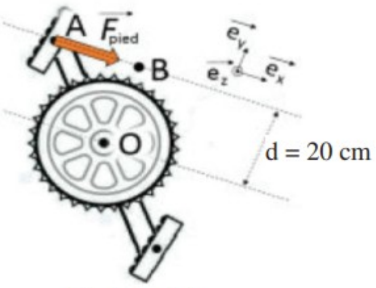
Question : L'un tourne plus vite et plus longtemps que l'autre,lequel ? Expliquer.

3. Traversée en pédalo *(banque PT 2022)* ☺☺

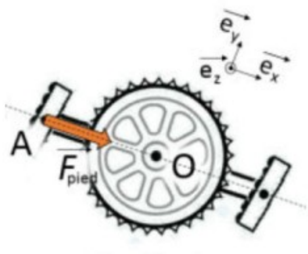
Le pédalo avec son passager possède une masse totale M = 200 kg et il dispose de deux flotteurs, chacun de volume V = 0,5 m^3 . L'ensemble se déplace à vitesse constante sur le lac.

1. Calculer la fraction de volume immergé des flotteurs lorsque l'équilibre vertical est réalisé.

2. La force $\overrightarrow{F}_{pied}$ de norme F_{pied} = 50 N exercée par le vacancier sur le pédalier est modélisée sur la figure suivante.



Situation (a)



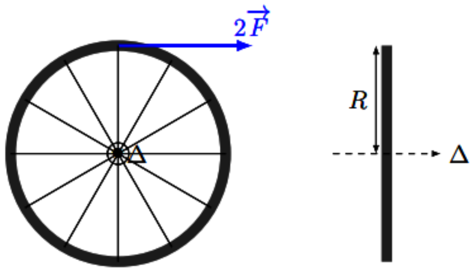
Situation (b)

Dans chacune des situations *(a)* et *(b)*, exprimer le moment de la force exercée par le vacancier par rapport à l'axe de rotation du pédalier.

3. On considère que le moment du couple moyen exercé sur le pédalier correspond à la moyenne des 2 valeurs précédentes. Sachant que le pédalier tourne à la vitesse constante ω =10 rad.s^{-1}, évaluer la puissance moyenne développée par le vacancier.

4. Freinage d'une roue de vélo ☺☺

On considère une roue de vélo à rayons de rayon R et de masse m dont on étudie l'arrêt de la rotation par des freins à étrier. Chacun des deux freins exerce sur la jante une force d'intensité F que l'on considérera constante tant que la roue tourne. Le vélo étant retourné sur sa selle, la roue est en rotation autour de son moyeu fixe, noté Δ. On néglige les frottements sur l'axe.

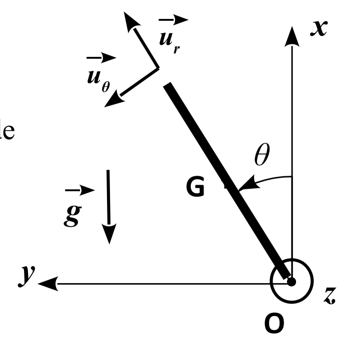


Vue de face Vue de côté

1) Déterminer le moment résultant des forces de frottement par rapport à l'axe Δ.
2) En déduire l'équation différentielle d'évolution de l'angle θ autour de l'axe Δ.
3) En déduire les expressions de $\dot{\theta}(t)$ et $\theta(t)$ si à $t = 0$: $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0)=\omega_0>0$ (rotation de la roue dans le sens direct de l'axe Δ).
4) Déterminer l'intensité F de la force nécessaire pour arrêter la roue en un seul tour pour les paramètres suivants : $R = 33$ *cm*, $m = 1,6$ *kg* et $\omega_0 = 17$ *rad.s* $^{-1}$. On ira chercher dans le cours l'expression du moment d'inertie le plus adapté à la roue de vélo.

5. Chute d'un arbre ☺☺

Lors de la tempête Ulla en 2014, en Bretagne, des centaines d'arbres sont tombés. On se propose d'étudier la chute d'un arbre qui rompt à sa base et bascule en tournant autour de sont point d'appui au sol supposé fixe.



Pour cela, on modélise la chute de l'arbre par la rotation d'une barre homogène de masse M et de longueur D, autour d'un l'axe Oz horizontal *(figure ci-contre)*. L'étude est menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme.

- On note O le point d'appui au sol.
- On repère la position de la barre au cours de sa rotation grâce à l'angle θ qu'elle fait avec la verticale ascendante.

- On définit la base mobile des coordonnées polaires $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$.
- La rotation a lieu dans le plan vertical (*O, x, y*), la liaison pivot en *O* étant parfaite.
- Le moment d'inertie de la barre autour de l'axe *Oz* est donné : $J_{Oz}=\frac{1}{3}M\,D^2$.

Données numériques :

- L'intensité du champ de pesanteur vaut $g = 10\ m.s^{-2}$.
- La longueur de la barre : $D = 10\ m$.
- Pour $\theta_0 = 5°$: $\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0-\cos\theta}}=5{,}1$.

1. Par application du théorème du moment cinétique par rapport à l'axe *Oz*, établir l'équation différentielle du mouvement de la barre en θ ; On l'exprimera en fonction de J_{Oz}, *M*, *g* et *D*, puis en fonction de *g* et *D* uniquement.

2. Retrouver cette équation par un raisonnement énergétique.

3. On suppose qu'à $t=0$, la barre immobile fait un angle $\theta_0 = 5°$ avec la verticale.

a) Montrer que lorsque la barre fait un angle θ avec la verticale, sa vitesse angulaire peut s'écrire : $\dot{\theta}=\sqrt{\frac{3g}{D}(\cos\theta_0-\cos\theta)}$.

b) Par séparation des variables, déduire de l'équation établie dans la question précédente, le temps de rotation Δt de cette barre pour qu'elle arrive à la position horizontale.

6. Embuscade et bras de levier ☺☺

Un indien de masse m tend une embuscade à un convoi passant au fond d'un canyon. Il cherche à faire basculer au fond du canyon un rocher de masse M = 200 kg. Il utilise un bâton de longueur *d* appuyé au point *O* sur un second rocher.

Afin de faire basculer le rocher, il se suspend au bâton. On note $d_1 = 50\ cm$ la distance entre O et le contact bâton/rocher, $d_2 = 1{,}5\ m$ la distance entre O et le contact bâton/indien.

On note $\alpha = 60°$ l'angle entre le bâton et l'horizontale.

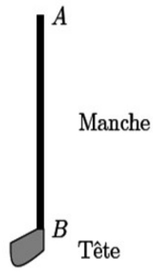
1) Sous quelle condition sur les moments des différentes forces exercées sur le bâton le rocher se soulève-t-il ?

2) Quelle doit être la masse minimale *m* de l'indien pour que le rocher se soulève ? Quelle est alors la force exercée ?

3) Quelle est la force minimale que l'on doit exercer sur l'extrémité du bâton qui permettrait de soulever le rocher ?

7. Caractéristiques d'un club de golf ☺☺*(d'après centrale)*

Un club de golf est schématiquement composé de deux parties, rigidement liées entre elles : {le manche et la tête de club}.



Le joueur tient le club avec ses mains par l'extrémité A du manche, et la tête de club est fixée à l'autre extrémité B et entre en contact avec la balle lors de l'impact *(voir figure 1)*.

■ Le manche est une tige rectiligne sans épaisseur de longueur $AB = L_c$.

■ Le club possède : un centre de masse G_c situé sur le manche, tel que $AG_c=h_c$; une masse totale m_c et Un moment d'inertie total J_c par rapport à un axe perpendiculaire passant par *A*.

On cherche à déterminer expérimentalement $AG_c= h_c$ et J_c.

1) Expliquer pourquoi, en tendant son index à l'horizontale et en s'arrangeant pour poser le club en équilibre dessus à l'horizontale, on détermine la position de G_c.

2). Afin de mesurer J_c, on réalise à l'aide du club un pendule simple, en suspendant l'extrémité supérieure du manche (point *A*) à un axe horizontal (*Az*) fixe, par une liaison pivot parfaite. On repère l'écart du club avec la verticale par l'angle φ (*voir figure 2*).

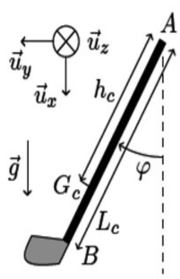


Figure 2

2.a). A l'aide du théorème du moment cinétique et en négligeant les frottements de l'air, établir l'équation différentielle du mouvement.

2.b). On mesure la période T_0 des petites oscillations : $T_0 = 2{,}3\ s$. Exprimer J_c en fonction de m_c, *g*, h_c et T_0. Application numérique avec $m_c = 0{,}32\ kg$, $g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$ et $h_c = 80\ cm$ (données typiques pour un club de type « driver », utilisé pour frapper les coups les plus longs).

2.c). Établir l'intégrale première du mouvement à partir de l'équation différentielle du mouvement établie à la question 2a) . Identifier les différents termes.