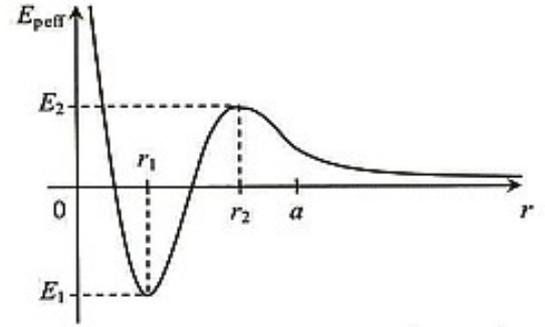


Nucléon dans un potentiel de Yukawa

Le physicien japonais Yukawa (prix Nobel en 1949) a proposé en 1935 une interprétation des interactions nucléaires : dans un référentiel \mathcal{R} galiléen de repère d'espace $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, un nucléon M de masse m est soumis uniquement à une force centrale \vec{F} dérivant de l'énergie potentielle

$$E_p(r) = \frac{K}{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

où K et a sont deux constantes (avec a positive) et r la distance OM. Cette énergie potentielle a pour origine l'interaction avec les autres nucléons du noyau atomique.



1. Quelles sont les unités SI des constantes K et a ?
2. Déterminer l'expression de la force centrale \vec{F} subie par le nucléon. Faire un schéma afin de préciser la direction de la force. Quel doit être le signe de K pour que cette force soit attractive ?
3. Démontrer que la trajectoire de M se situe dans un plan que l'on précisera.
4. On choisit ce plan comme plan (xOy) du repère d'espace $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, et on utilise maintenant les coordonnées polaires de M dans ce plan. Montrer que $C = r^2 \dot{\theta}$ est une constante du mouvement et donner son expression à partir des conditions initiales : Position $\vec{OM}_0 = r_0 \vec{u}_x$ et vitesse $\vec{v}_0 = v_1 \vec{u}_x + v_2 \vec{u}_y$, en fonction de r_0 et v_1 et ou v_2 .
5. Montrer que l'énergie mécanique de M peut s'écrire sous la forme : $E_m = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + E_{peff}(r)$ avec une fonction $E_{peff}(r)$ à préciser en fonction de m, r, r_0, v_2, K et a . E_m est-elle une constante du mouvement ? (justifier)
6. On donne l'allure de $E_{peff}(r)$ ci-dessus. On suppose $E_1 < E_m < 0$, le nucléon est-il dans un état lié ou de diffusion. Cette situation correspond-elle à un cas usuel ?