Mouvements d'un solide

1. Comment différentier un œuf dur d'un œuf cru ?☺☺

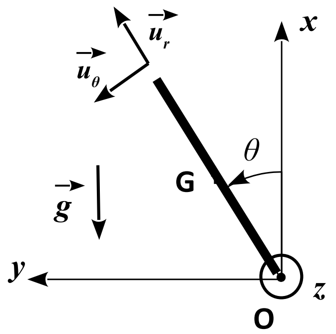
Expérience : Faire tourner un œuf dur puis un un œuf cru sur lui même.

Question : L'un tourne plus vite et plus longtemps que l'autre,lequel ? Expliquer.

2. Chute d'un arbre ☺☺

Lors de la tempête Ulla en 2014, en Bretagne, des centaines d'arbres sont tombés. On se propose d'étudier la chute d'un arbre qui rompt à sa base et bascule en tournant autour de sont point d'appui au sol supposé fixe.

Pour cela, on modélise la chute de l'arbre par la rotation d'une barre homogène de masse M et de longueur D, autour d'un l'axe *Oz* horizontal *(figure ci-contre)*. L'étude est menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme.



- On note O le point d'appui au sol.
- On repère la position de la barre au cours de sa rotation grâce à l'angle θ qu'elle fait avec la verticale ascendante.
- On définit la base mobile des coordonnées polaires $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$.
- La rotation a lieu dans le plan vertical (*O, x, y*), la liaison pivot en *O* étant parfaite.
- Le moment d'inertie de la barre autour de l'axe *Oz* est donné : $J_{Oz}=\frac{1}{3}MD^2$.

Données numériques :

- L'intensité du champ de pesanteur vaut $g = 10\ m.s^{-2}$.
- La longueur de la barre : $D = 10\ m$.
- Pour $\theta_0 = 5°$: $\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0-\cos\theta}}=5{,}1$.

1. Par application du théorème du moment cinétique par rapport à l'axe *Oz*, établir l'équation différentielle du mouvement de la barre en θ ; On l'exprimera en fonction de J_{Oz} , *M*, *g* et *D*, puis en fonction de *g* et *D* uniquement.
2. Retrouver cette équation par un raisonnement énergétique.
3. On suppose qu'à $t=0$, la barre immobile fait un angle $\theta_0 = 5°$ avec la verticale.

a) Montrer que lorsque la barre fait un angle θ avec la verticale, sa vitesse angulaire peut s'écrire : $\dot{\theta}=\sqrt{\frac{3g}{D}(\cos\theta_0-\cos\theta)}$.

b) Par séparation des variables, déduire de l'équation établie dans la question précédente, le temps de rotation Δt de cette barre pour qu'elle arrive à la position horizontale.

3. Embuscade et bras de levier ☺☺

Un indien de masse m tend une embuscade à un convoi passant au fond d'un canyon. Il cherche à faire basculer au fond du canyon un rocher de masse M = 200 kg. Il utilise un bâton de longueur *d* appuyé au point *O* sur un second rocher.

Afin de faire basculer le rocher, il se suspend au bâton. On note $d_1 = 50\ cm$ la distance entre O et le contact bâton/rocher, $d_2 = 1{,}5\ m$ la distance entre O et le contact bâton/indien.

On note $\alpha = 60°$ l'angle entre le bâton et l'horizontale.

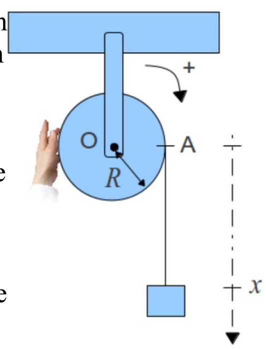
1) Sous quelle condition sur les moments des différentes forces exercées sur le bâton le rocher se soulève-t-il ?

2) Quelle doit être la masse minimale *m* de l'indien pour que le rocher se soulève ? Quelle est alors la force exercée ?

3) Quelle est la force minimale que l'on doit exercer sur l'extrémité du bâton qui permettrait de soulever le rocher ?

4. Étude d'une poulie ☺☺

Une masse m est suspendue à l'extrémité d'une corde enroulée sur une poulie de masse m_p et de rayon R en liaison pivot idéale autour de son axe de rotation. Le moment de la poulie par rapport à son axe de rotation vaut : $J=m_p\frac{R^2}{2}$.



1) Si l'opérateur impose à la poulie un mouvement de rotation uniforme autour de son axe à la vitesse angulaire ω, déterminez la vitesse de la masse m.

2) Déterminez la force que doit exercer l'opérateur sur la poulie afin de l'empêcher de tourner.

3) Si l'opérateur lâche la poulie, déterminez l'accélération angulaire $\dot{\omega}$ du cylindre, l'accélération linéaire $\ddot{x}$ de la masse m et la valeur de la tension de la corde.