

1. Masse d'un astre ☺

Au cours de la mission APOLLO XVII en 1972, le module de commande en orbite circulaire autour de la lune à une distance de 2040 km du centre de celle-ci, avait une période de 8240 s dans le référentiel Sélénocentrique. Calculer la masse de la Lune.

2. Mission INTEGRAL ☺☺

International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory (INTEGRAL) est un observatoire spatial d'astrophysique européen mis en orbite en 2002. Son orbite de travail est une ellipse passant de 9 000 km à 153 000 km au dessus de la Terre. La masse de l'observatoire est de $m = 3,5$ tonnes.

- 1) Déterminer le demi-grand axe a de l'orbite du satellite.
- 2) Calculer la période de révolution d'INTEGRAL.
- 3) Exprimer puis calculer l'énergie mécanique du satellite sur sa trajectoire elliptique.
- 4) Calculer la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique à son apogée et à son périégée.

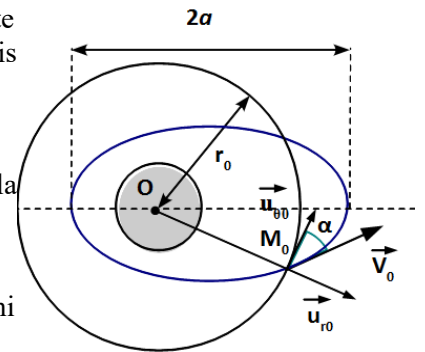
3. lancement raté ☺☺

On désire effectuer le lancement d'un satellite de masse m_s de façon à avoir une orbite circulaire.

On suppose que le lancement du satellite est manqué et qu'au point d'injection sur orbite M_0 le vecteur vitesse a bien même module V_0 que pour l'orbite circulaire de rayon r_0 mais fait un angle $0 < \alpha < \pi/2$ avec la direction prévue. On notera r_0 la distance OM_0 .

Le dispositif est représenté ci-contre.

- 1) Montrer que $V_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}$ où G est la constante de gravitation universelle, et M_T la masse de la terre.
- 2) Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite en fonction de m_s, G, M_T et r_0 .
La trajectoire du satellite est nécessairement elliptique, pourquoi ? En déduire le demi grand axe a de l'ellipse.
- 3) Montrer grâce aux conditions initiales que la constante des aires caractérisant le mouvement du satellite est : $C = r_0 V_0 \cos \alpha$.
- 4) Montrer qu'au périégée et à l'apogée $E_m = \frac{1}{2} m_s \frac{C^2}{r^2} - \frac{GM_T m_s}{r}$ r étant la distance au centre O du périégée ou de l'apogée.
- 5) Déduire de la question précédente les distances r_P et r_A au centre O de la terre du périégée et de l'apogée de la trajectoire en fonction de r_0 et α . Rep: : $r_P = r_0(1 - \sin \alpha)$, $r_A = r_0(1 + \sin \alpha)$
- 6) Déduire de la question précédente les vitesses V_A et V_P à l'apogée et au périégée.



4. Trajectoire d'une comète ☺☺

On rappelle que la terre décrit autour du soleil une orbite quasi-circulaire de rayon $R_0 = 150$ millions de km en $T_0 = 365,25$ jours.

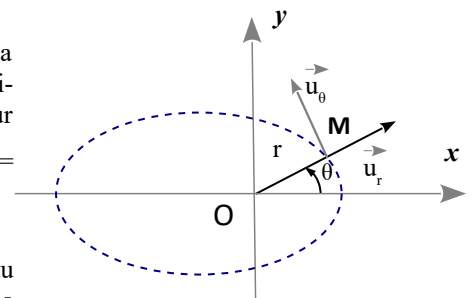
- 1) Exprimer la vitesse V_0 de la terre en fonction des données.
- 2) Une comète dont la trajectoire est coplanaire à l'orbite de la terre a une masse m_c . Son périhélie (point de sa trajectoire le plus proche du soleil) se trouve à la distance $R_0/2$ du soleil et la vitesse de la comète en ce point est $2V_0$.
a) Grâce aux caractéristiques cinématiques de la comète au périhélie, montrer que son énergie mécanique est nulle, en déduire la nature de sa trajectoire.
b) Exprimer la vitesse v de la comète en fonction de sa distance r au centre du soleil. Rep: : $v = V_0(2R_0/r)^{1/2}$

5. Mise en orbite géostationnaire ☺☺

Un satellite terrestre décrit une trajectoire elliptique dans le plan équatorial. On repère sa position grâce au point M de coordonnées polaires (r, θ) . La trajectoire est représentée ci-contre. Le point O est le centre de la terre. En utilisant les coordonnées polaires définies sur le schéma, la trajectoire a pour équation : $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$ avec $e = 0,72$ l'excentricité et $p = 11800$ km le paramètre de l'ellipse.

- 1) Positionner l'apogée et le périégée sur le schéma.
- 2) En utilisant l'équation de la trajectoire, exprimer les rayons r_A et r_P de l'apogée et du périégée du satellite en fonction de p et e . Faire les applications numériques et calculer les altitudes correspondantes.

- 3) Montrer que la vitesse à l'apogée V_A peut se mettre sous la forme : $V_A = \sqrt{\frac{2GM_T r_P}{r_A(r_A + r_P)}}$. En déduire l'expression V_P de la vitesse au périégée en fonction des mêmes paramètres. Faire l'AN. Quelle caractéristique principale a chacune de ces deux vitesses ?
- 4) Quelle variation de vitesse faut-il communiquer à l'apogée pour rendre le satellite géostationnaire ?



6. Mise sur orbite d'un satellite terrestre ☺☺

Le satellite EUTELSAT 8 West B d'une masse $m = 5,8$ tonnes a été lancé de Kourou en Guyane française par une fusée Ariane 5 le 21 août 2015 afin d'être placé sur une orbite géostationnaire. La base de lancement de Kourou se situe à une latitude $\lambda = 5,2^\circ$.

Dans le référentiel géocentrique R_g supposé galiléen, la Terre peut-être assimilée à un solide en rotation autour d'un axe fixe (l'axe Nord-Sud) à une vitesse angulaire Ω .

- 1) Décrire l'axe de rotation. Peut-on le considérer comme fixe ? Déterminer l'expression puis la valeur de Ω .
- 2) En déduire l'expression de la vitesse d'un point P de la surface de la terre à la latitude λ dans le référentiel géocentrique R_g en fonction de Ω et du rayon de la Terre R_T .
- 3) Exprimer alors l'énergie mécanique initiale E_{m0} du satellite posé au sol au point P.
- 4) En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite. Parmi les trois champs de tir : Baïkonour au Kazakhstan ($\lambda = 46^\circ$), Cap Canaveral aux USA ($\lambda = 28,5^\circ$) et Kourou en Guyane Française ($\lambda = 5,2^\circ$), lequel est le plus adapté ?
- 5) Montrer que l'énergie nécessaire pour mettre le satellite en orbite basse (altitude $z \ll R_T$) depuis une latitude λ est :

$$\Delta E = \frac{m R_T}{2} [g_0 - R_T \Omega^2 \cos^2 \lambda] . \text{ Calculer cette énergie dans le cas d'un lancement depuis Kourou.}$$

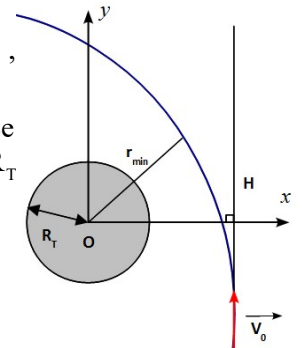
- 6) Sachant que 1 kW·h d'électricité coûte environ 0,15 euros, estimer le coût théorique de la satellisation d'un kilogramme de charge utile. Ce coût est en réalité de l'ordre de 1000 euros/kg. Commenter.
- 7) Calculer numériquement l'énergie gagnée entre Baïkonour et Kourou. Commenter.

Données : intensité de la pesanteur au niveau du sol $g_0 = 9,81 \text{ ms}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ km}$

7. Distance de plus courte approche ☺☺☺

Un météore, point matériel M de masse m négligeable devant la masse M_T de la Terre, de centre O, arrive de l'infini avec la vitesse v_0 par rapport à la Terre. M décrit une branche d'hyperbole de foyer O. Son paramètre d'impact est $OH = b$ (voir la figure). Calculer sa distance $r_{\min}$ de plus courte approche de la Terre, en fonction de v_0 , b , M_T , G constante de gravitation et R_T rayon de la Terre.

Rep : $r_{\min} = -GM_T/v_0^2 + [(GM_T/v_0^2)^2 + b^2]^{1/2}$



Données: masse de la Terre : $M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, constante de gravitation $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$, rayon de la Terre $R_T = 6400 \text{ km}$.