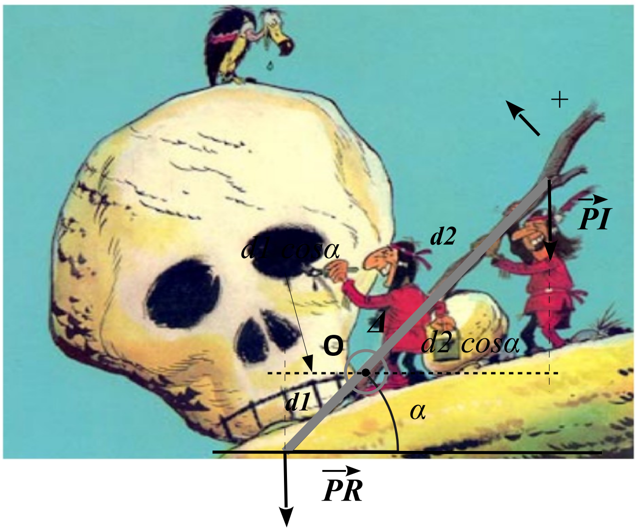
3. Embuscade et bras de levier



1) Système : **le bâton**.

Bilan des forces :

Action de l'indien $\vec{P}_I = m\vec{g}$, son moment par rapport à Δ est : $\boxed{M_\Delta(\vec{P}_I) = -m\,g\,d_2 \cos\alpha}$ (on utilise le bras de levier $d_2 \cos\alpha$)

Action du rocher : $\vec{P}_R = M\vec{g}$, son moment par rapport à Δ est : $\boxed{M_\Delta(\vec{P}_R) = M\,g\,d_1 \cos\alpha}$ (on utilise le bras de levier $d_1 \cos\alpha$)

Poids de la barre : on néglige son moment par rapport aux autres.

Actions de liaison, on suppose la liaison ponctuelle , on néglige le moment .

Il i y a rotation si $\boxed{M_\Delta(\vec{P}_I) + M_\Delta(\vec{P}_R) \leq 0}$ (rotation dans le sens négatif)

2) On déduit de la condition précédente : $\boxed{m\,d_2 \geq M\,d_1}$ d'où : $\boxed{m \geq M \frac{d_1}{d_2}}$ d'où :

$$\boxed{m_{min} = M \frac{d_1}{d_2} = \frac{200 \times 50.10^{-2}}{1{,}5} = 67\text{kg}}$$

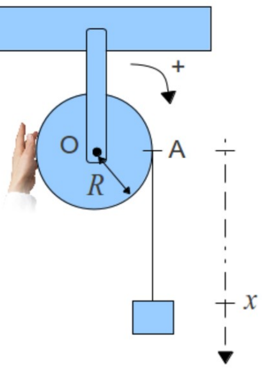
3) La force exercée sur le rocher par l'indien est $\boxed{m_{min}\, g = 670\text{N}}$

4) La force minimale exercée sur l'extrémité du bâton serait une force F_{min} orthogonale au bâton , son moment serait : $\boxed{F_{min}\, d_2}$, on aurait alors : $\boxed{F_{min}\, d_2 = M\,g\,d_1 \cos\alpha}$ d'où : $\boxed{F_{min} = M\,g \frac{d_1}{d_2} \cos\alpha = m_{min}\, g \cos\alpha}$

d'où : $\boxed{F_{min} = \frac{670}{2} = 335\,N}$.

4. Étude d'une poulie

1. On suppose que le fil ne glisse pas sur la poulie → on peut relier la vitesse linéaire de la masse à la vitesse angulaire de rotation de la poulie : la masse a la même vitesse que des points à la périphérie de la poulie. En faisant attention aux signes on obtient : $\boxed{v = \dot{x} = R\omega}$.



2. Système : la poulie

Bilan des forces : son poids de moment nul.

La liaison pivot de moment nul.

L'action de l'opérateur , son moment est : $M_\Delta(op) = -R\,F$

L'action de la masse, son moment est $M_\Delta(ma) = m\,g\,R$

Pour empêcher la poulie de tourner, il faut que : $M_\Delta(op) + M_\Delta(ma) = 0$ soit : $\boxed{F = mg}$

3. On applique le théorème du moment cinétique à la poulie : $\boxed{J \frac{d\omega}{dt} = m\,g\,R}$, or $\boxed{\dot{x} = R\omega}$ d'où : $\boxed{\ddot{x} = R \frac{d\omega}{dt} = \frac{R^2 m\,g}{J}}$. D'après la deuxième loi de Newton appliquée à la masse m : $m\ddot{x} = m\,g - T$ d'où : $T = m\,g - m\ddot{x}$ d'où : $\boxed{T = m\,g - \frac{R^2 m^2 g}{J} = mg\left(1 - \frac{Rm}{J}\right) = mg\left(1 - 2\frac{m}{m_p}\right)}$.