

MODELISATION MULTIPHYSIQUE

1. Introduction

On sait que les systèmes techniques peuvent être décomposés en **chaînes d'énergie** et en **chaînes d'information**.

Les premières sont constituées de composants qui échangent entre eux de **l'énergie** sous différentes formes (Énergie électrique, mécanique, thermique, etc). On peut caractériser ces échanges par la **puissance** qui correspond au **flux d'énergie** transféré entre les composants.

Nous allons traiter dans ce cours des échanges caractérisés par un couple de variables appelées **effort** et **flux** dont le produit est une **puissance**.

Cette approche permet la **modélisation multi-physique** (Les composants qui constituent le système appartiennent à différents domaines.) des systèmes et l'anticipation de leur comportement grâce à des logiciels de simulation.

2. Énergie, puissance, effort et flux

2.1. Définitions

L'énergie est une notion complexe qu'il est indispensable de distinguer de la puissance.

L'énergie mesure la capacité d'un système à modifier un état ou à produire un travail.

L'unité du système international est le **joule** (J).

Exemple : compteur Linky (Linky est un compteur communicant, ce qui signifie qu'il peut recevoir et envoyer des données et des ordres sans l'intervention physique d'un technicien.)

Dans le domaine électrique, il est courant d'utiliser le wattheure tel que $1\text{W.h} = 3\,600\text{ J}$. C'est, par exemple, l'unité employée et facturée par ERDF à ses clients.



La puissance est, quant-à-elle, la quantité d'énergie échangée par unité de temps (la puissance est donc une valeur instantanée) entre les composants d'un système ou entre les systèmes. L'unité du système international est le **watt** (W).

La puissance P , qui est une grandeur scalaire, est toujours le produit de deux grandeurs (scalaire ou vectorielle.) variables :

- l'une d'entre elle est appelée flux et notée f ;
- l'autre est appelée effort et notée e .

Ces deux termes génériques sont à prendre dans un sens large non liés à un domaine physique ou technique particulier.

On aura donc : $P(t) = e(t) \times f(t)$ ou bien $P(t) = \overrightarrow{e(t)} \times \overrightarrow{f(t)}$ ou encore $P(t) = \{e(t)\} \otimes \{f(t)\}$

Le tableau ci-après précise ce que représentent l'effort et le flux, tels qu'ils sont spécifiés dans le programme de PSI, dans des domaines particuliers :

Domaine	Grandeur effort $e(t)$	Grandeur flux $f(t)$
Électrique	Tension $u(t)$	Intensité $i(t)$
Mécanique (translation)	Force $\overrightarrow{F(t)}$	Vitesse $\overrightarrow{v(t)}$
Mécanique (rotation)	Couple $\overrightarrow{C(t)}$	Vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega(t)}$
Mécanique (quelconque)	Torseur d'action $\{T\}$	Torseur cinématique $\{V\}$
Hydraulique	Pression $p(t)$	Débit volumique $q_v(t)$
Thermique	Température $T(t)$	Flux d'entropie $S(t)$

2.2. Modélisation de la chaîne d'énergie d'un système complexe

La représentation chaîne d'énergie - chaîne d'information présente des similitudes avec l'approche utilisée lors de la modélisation multi physique à l'aide de logiciels dédiés.

Chaque « boîte » représente un composant de la chaîne d'énergie qui est caractérisé par des paramètres et des équations.

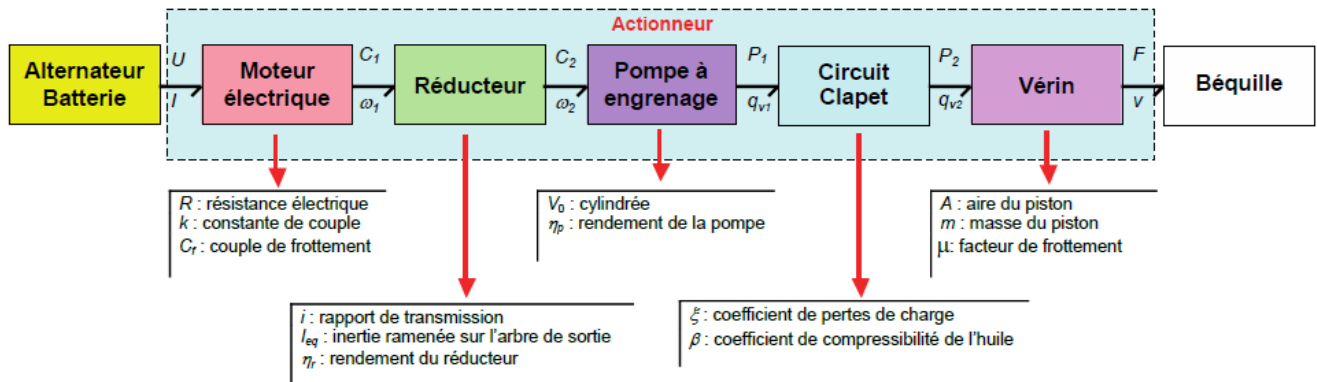
Les liens entre les blocs transportent les deux variables effort et flux précisant à tout instant le transfert d'énergie entre les blocs.



Exemple : béquille électro-hydraulique BMW K 1200 LT



Lorsque le motard envoie l'information de commande à la béquille, le moteur électrique entraîne un réducteur associé à une pompe hydraulique à engrenage qui fait circuler l'huile dans un circuit alimentant un vérin double effet relié mécaniquement à la béquille.



Les variables du transfert sont indiquées avec le lien de puissance.

Le paramétrage est précisé sous chaque constituant de la chaîne.

2.3. Paramétrage des constituants

Il est important de comprendre que, lors de l'étude d'un système ou d'un composant de sa chaîne d'énergie, les deux variables effort et flux du transfert de puissance sont toujours présentes.

Exemples :

Réducteur	Vérin hydraulique
En entrée la puissance est représentée par le couple de grandeurs (C_e, ω_e) et en sortie elle est représentée par (C_s, ω_s)	En entrée la puissance est représentée par le couple de grandeurs (p, q_v) et en sortie elle est représentée par (F, V)

Chaque composant du système peut être modélisé afin d'étudier son comportement.

Pour cela on utilise des équations mathématiques qui font le lien entre les variables d'entrée et de sortie par l'intermédiaire d'un ou plusieurs paramètres qui caractérisent le composant.

Exemples :

Réducteur	Vérin hydraulique
Pour le réducteur, le paramètre caractéristique est son rapport de transmission i . $i = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{C_e}{C_s}$	Pour le vérin, le paramètre caractéristique est la section S du piston. On a la relation : $S = \frac{q_v}{V} = \frac{F}{p}$

Selon l'objectif à atteindre, la finesse avec laquelle ce paramétrage doit être effectué, peut varier.

Exemples :

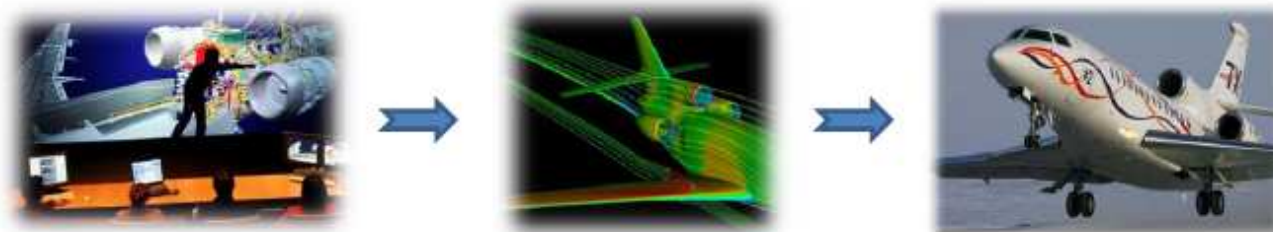
Réducteur	Vérin hydraulique
La prise en compte des pertes par frottement modifierait quant à elle la deuxième égalité : $i \neq \frac{C_e}{C_s}$	La prise en compte des pertes par frottement modifierait quant à elle la deuxième égalité : $S \neq \frac{F}{p}$
Cette finesse du modèle impose d'introduire un paramètre supplémentaire η caractérisant le rendement. On a alors une relation supplémentaire :	
$\eta = \frac{C_s \cdot \omega_s}{C_e \cdot \omega_e}$	$\eta = \frac{F \cdot V}{q_v \cdot p}$

3. Modélisation et simulation multiphysique acausale

3.1. Objectifs

De nos jours, le délai de mise sur le marché est un enjeu primordial pour la compétitivité des entreprises : il est donc impératif de réduire les durées de toutes les étapes du processus partant de l'idée jusqu'au produit commercialisé.

La modélisation et la simulation des modèles participent à cette démarche. En effet, ils peuvent éviter une mise au point longue de prototypes réels, en permettant l'expérimentation virtuelle.



Falcon 7X (Dassault Aviation)

Les systèmes techniques sont aujourd'hui multi physiques et si l'on veut simuler leur comportement, il faut utiliser des logiciels permettant de dépasser un domaine spécialisé.

Ces logiciels, basés sur les échanges d'énergie et d'information entre les composants, utilisent les principes présentés précédemment.

Ils offrent par ailleurs la possibilité de prédire le fonctionnement et/ou de vérifier certains critères de performances de systèmes industriels sans qu'il soit nécessaire de maîtriser les équations gérant les comportements des différents composants du système. On parle alors de modélisation et simulation acausale.

3.2. Notion de causalité

Les lois physiques macroscopiques sont régies par un principe de causalité qui exprime l'idée d'un ordre temporel entre une cause et un effet induit par celle-ci. Par exemple, pour donner une vitesse à une masse posée sur un plan, il faut lui appliquer un effort. La cause de la vitesse de la masse est la force appliquée. L'inverse est impossible.



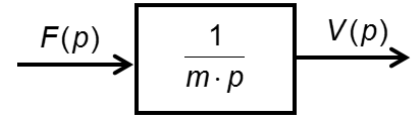
La loi traduisant ce phénomène physique s'exprime par : $F(t) = M \cdot \frac{dv(t)}{dt}$

Ainsi, si l'on impose l'effort comme cause, l'effet (la vitesse de la masse) ne dépend que de son état antérieur. En revanche, supposer que l'on connaisse à chaque instant la vitesse ne suffit pas pour déterminer l'effort : il faudrait pour cela connaître également la variation de vitesse à chaque instant et donc connaître les valeurs futures de celle-ci.

Un processus réel causal est donc un processus « intégrateur » (on connaît les valeurs du passé) et jamais « dérivateur » (on ne prédit pas l'avenir).

Si l'on prend la transformée de Laplace de l'équation ci-dessus avec les conditions de Heaviside(1), on obtient : $F(p) = m \cdot p \cdot V(p)$

Le schéma-bloc correspondant, si l'on veut respecter la causalité du processus, est donc :



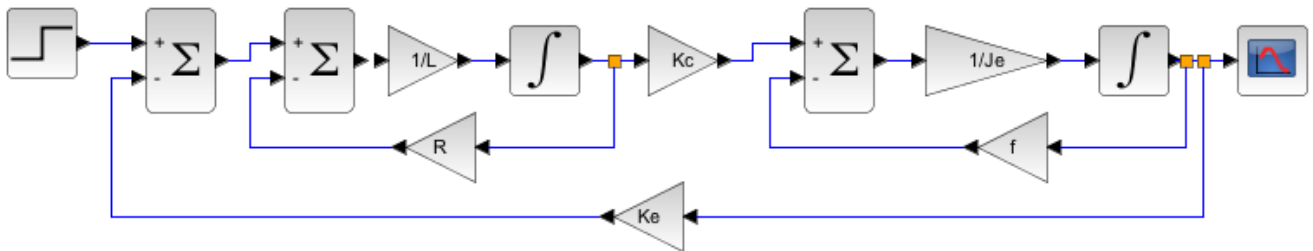
On justifie, ainsi, a posteriori, que le degré du dénominateur d'une fonction de transfert, qui est par définition causale, est nécessairement supérieur ou égal à celui du numérateur.

3.3. Modélisation acausale et modélisation causale

Au premier abord, la modélisation acausale peut être considérée comme une approche orientée phénomènes physiques et composants d'ingénierie, tandis que la modélisation causale est orientée vers la représentation de systèmes d'équations mathématiques.

Ce point de vue est contestable au sens où, dans les deux cas, la simulation met en oeuvre des systèmes d'équations et que les modèles causaux modélisent eux aussi des phénomènes physiques. La modélisation acausale dispense néanmoins l'ingénieur d'organiser lui-même la causalité dans le modèle, ce qui facilite son élaboration à partir de l'observation du réel.

3.3.1. Modélisation causale



Modèle causal d'une machine à courant continu utilisée en moteur

La figure ci-dessus montre le schéma bloc bien connu d'une machine à courant continu.

Il s'agit d'une représentation graphique du système d'équations

- $u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$
- $C_m(t) - f \cdot \omega(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$
- $C_m(t) = K_t \cdot i(t)$
- $e(t) = K_e \cdot \omega(t)$

Les équations explicites apparaissent clairement dans le schéma sous forme de fonctions de transfert mais l'architecture physique n'est pas représentée.

Dans cette modélisation sous forme de schéma-bloc, l'entrée est une tension (V), la sortie est une vitesse de rotation (rad/s) : cette modélisation est **orientée**. De par la nature **causale** du modèle, la simulation ne peut se faire que dans un seul sens. On fixe l'entrée et on obtient l'évolution temporelle de la sortie.

On peut éventuellement connaître l'évolution des grandeurs présentes le long des liens entre les blocs (intensité, couple...selon le lien), par contre, les puissances (ou les énergies) mises en jeu ne sont pas directement présents dans les mesures ou les liens qui ne véhiculent qu'une seule grandeur physique.

Dans des phases de conception ou d'amélioration d'un système existant, il peut être intéressant de réaliser un calcul inverse : Quelle loi d'entrée faut-il imposer pour obtenir une loi de mouvement spécifique ?

Un modèle causal ne permet pas de répondre à ce type de problématique. Il serait possible de modifier le schéma-bloc (donc de proposer une autre modélisation) dans laquelle l'entrée serait l'effet (la vitesse de rotation pour le Moteur à Courant Continu) et la sortie la cause (la tension pour notre exemple). Cette modélisation perdrait son sens physique et il faudrait la repenser en fonction de l'expérience virtuelle que l'on souhaite réaliser.

- Le modèle construit avec une approche causale ne permet de simuler que l'expérience virtuelle définie par la structure du modèle.
- Seule la variable d'entrée peut être imposée.

3.3.2. Modélisation acausale

La modélisation acausale permet de décrire des équations modélisant des phénomènes physiques sans anticiper l'orientation des liens entre les composants ou les phénomènes.

La représentation acausale ne privilégie aucune grandeur physique particulière, elle est basée sur la notion de composants. C'est pour cette raison que le modèle acausal est généralement très proche de l'architecture matérielle : composants, liens, instruments de mesure,...

Dans un modèle de type acausal, il n'y a pas de choix particulier de variables échangées (flux ou effort) entre composants, ni de notion d'entrée et sortie. Il n'y a pas de relation de cause à effet. C'est uniquement lors de la simulation que la causalité, c'est-à-dire le sens entrée/sortie, est déterminée.

Cette particularité conduit à une très grande flexibilité des modèles de composants développés, une réutilisation des modèles sur de nouveaux projets et la possibilité de construire des bibliothèques de composants. Ces avantages en font un outil prisé en entreprise.

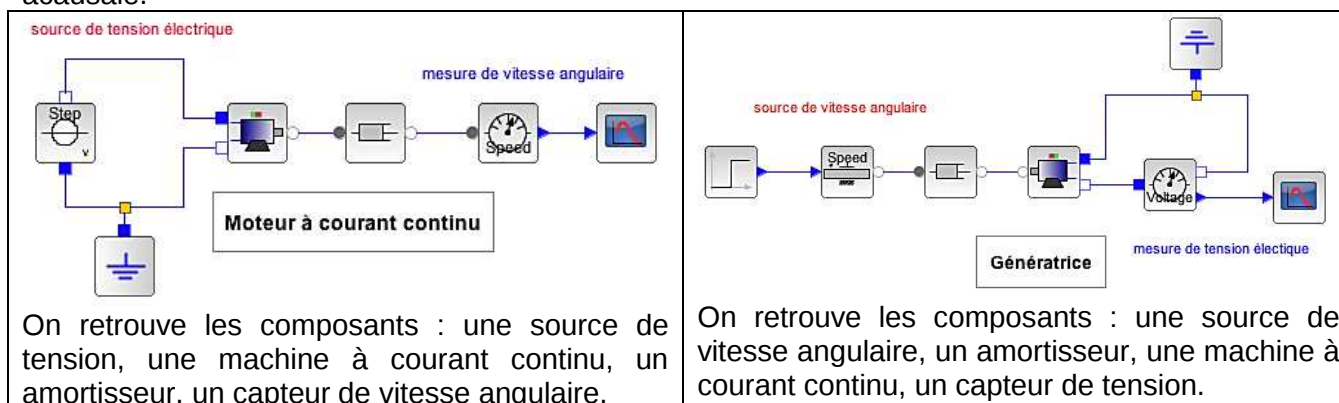
Pour les élèves ingénieurs, le modèle acausal qui est très proche de l'architecture matérielle, permet de simuler le comportement d'un système complexe sans avoir à écrire la moindre équation.

Exemple : Machine à courant continu

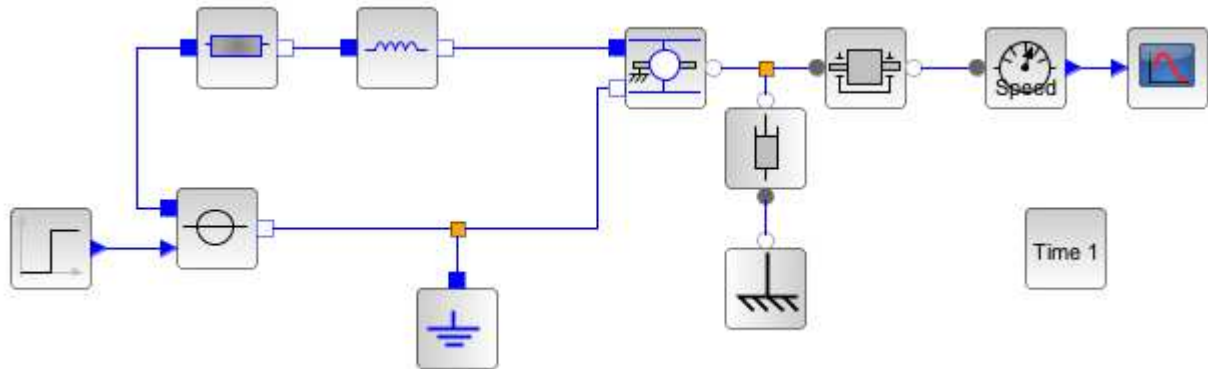
Le modèle simplifié du moteur de voiture électrique et de la génératrice d'une éolienne sont identiques. Lors de la simulation du comportement de ces deux composants, il suffit de définir l'entrée et la sortie de façon appropriée pour obtenir le résultat souhaité.



Le modèle de gauche ci-dessous montre une utilisation en moteur, celui de droite en génératrice. C'est le même bloc « machine à courant continu » dans les deux cas. Seule l'expérimentation virtuelle réalisée décide de l'entrée et de la sortie du modèle : c'est le principe de la modélisation acausale.



Reprenons l'exemple de la machine à courant continu dont le modèle causal sous forme de schéma bloc a été présenté précédemment. Son modèle acausal réalisée sous Scilab-Xcos montre l'architecture matérielle en faisant apparaître le circuit électrique et la chaîne de transmission de puissance.



Modèle acausal d'une machine à courant continu

Les blocs modélisent les différents phénomènes présents :

- la dissipation d'énergie :
 - o l'effet Joules ;
 - o le frottement visqueux ;
- le stockage d'énergie :
 - o l'inductance ;
 - o l'inertie ;
- le couplage électromagnétique.

Evidemment, du point de vue simulation, un système d'équations est résolu dans ce cas aussi. Dans le modèle acausal, les équations implicites sont cachées sous les blocs et restent transparentes pour l'ingénieur. Cette propriété permet par la suite de manipuler des blocs modélisant des composants dont les équations sont très complexes, sans difficulté.

3.4. Avantages et inconvénients

La modélisation acausale présente un certain nombre d'avantages sur la modélisation causale mais aussi des inconvénients.

Du côté des avantages, il est clair que l'approche acausale est proche de l'architecture réelle. Il est possible de créer un modèle acausal à partir de bibliothèques, sans écrire une seule équation, alors que le modèle causal nécessite d'expliciter des fonctions de transfert. Evidemment le concepteur du modèle doit tout de même avoir pleine conscience des équations sous-jacentes et des hypothèses associées.

Par ailleurs, les flux dans les liens se font dans les deux sens, ce qui est à la fois plus simple et plus clair que sous la forme causale.

L'inconvénient majeur d'une approche acausale est l'absence d'analyse fréquentielle. En effet, l'étude fréquentielle se limite aux systèmes linéaires. Il est possible de limiter un modèle acausal à des phénomènes linéaires mais bien souvent, la richesse des possibilités amène à utiliser des blocs non-linéaires qui interdisent le tracé d'un diagramme de Bode. C'est pour cette raison que pour la conception des parties commandes, l'approche **causale** est encore majoritaire.