Circuit secondaire d'une centrale nucléaire : cycle moteur de Rankine

1. Diagramme de Clapeyron (*p, v*) du système liquide-vapeur de l'eau :

On désigne par p la pression du système liquide-vapeur et par v son volume massique.

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes dont les valeurs numériques sont données **tableau 1** :

θ : température en °C et T= (θ +273,15) température en K ; P : pression de vapeur saturante

v_L : volume massique du liquide saturant v_G : volume massique de la vapeur saturante

h_L enthalpie massique du liquide saturant h_G : enthalpie massique de la vapeur saturante

s_L entropie massique du liquide saturant s_G : entropie massique de la vapeur saturante.

θ (°C)	P(bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante		
		v_L(m^3.kg^{-1})	h_L(kJ.kg^{-1})	s_L(J.K^{-1}.kg^{-1})	v_G(m^3.kg^{-1})	h_G(kJ.kg^{-1})	s_G(J.K^{-1}.kg^{-1})
θ_1=35,0	P_1=0,0562	1,00.10^{-3}	146,3	0,505	25	2561	8,35
θ_2=285	P_2=69,2	1,35.10^{-3}	1261	3,11	0,028	2769	5,82

Tableau 1 : *Données caractéristiques de l'équilibre eau-vapeur.*

1.1. Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron (p, v) de l'eau. Indiquer la position du point critique C, les domaines liquide (L), liquide + vapeur ($L + V$), et vapeur (V). Puis, sur le diagramme précédent, ajouter l'allure de trois isothermes : l'isotherme critique T_C puis deux isothermes T_1 et T_2 tels que $T_1 < T_2 < T_C$.

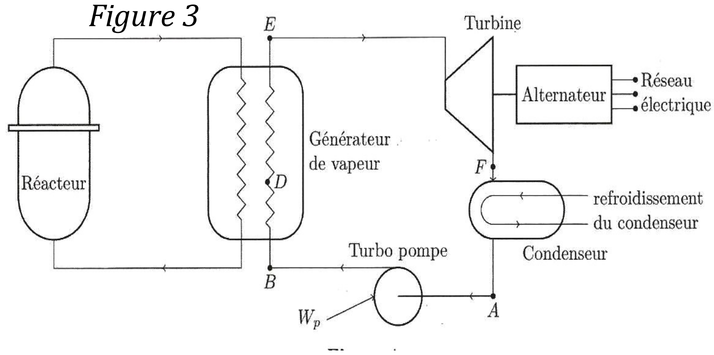
1.2. On rappelle que le titre massique en vapeur x d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse m_G d'eau à l'état de vapeur saturante et la masse totale m du système. On désigne, respectivement par : v_m et h_m, le volume massique et l'enthalpie massique du système liquide-vapeur correspondant à un point M du palier de saturation. Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par la relation : $\boldsymbol{x=\frac{h_m-h_L}{h_G-h_L}}$

1.3. On désigne par $l_v(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T (ou enthalpie de vaporisation). Rappeler la relation reliant $l_v(T)$ à $h_G(T)$ et $h_L(T)$ et calculer les chaleurs latentes pour θ_2 = 285°C et θ_1 = 35,0°C.

Dans la suite du problème, tous les calculs se rapporteront à une masse m = *1 kg* de fluide. La capacité thermique massique c_L du liquide est constante et vaut 4,18 kJ·kg^{-1}·K^{-1}. Le coefficient de dilatation isobare α de l'eau liquide, supposé constant, vaut 1,5 × 10^{-4} K^{-1}.

2. Cycle de Rankine :

Figure 3



Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (***figure 3***).

Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-contre.

- ***A→B*** : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression p_1 = 0,0562 bar à la pression p_2 = 69,2 bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression p_1 (état A).

Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.

- ***B→D*** : échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression p_2 (état D).
- ***D→E*** : vaporisation totale (vapeur saturante sèche), dans le générateur de vapeur, sous la pression p_2.
- ***E→F*** : détente adiabatique réversible, dans la turbine, de p_2 à p_1.
- ***F→A*** : liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression p_1, de la vapeur présente dans l'état F.

2.1. Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (p, v). Est-il moteur ou récepteur ?

2.2. (question difficile pas indispensable pour traiter les questions suivantes)

La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et p : $ds = c_L \frac{dT}{T} - \alpha v_L dp$

On note $\Delta T = T - T_1$ l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation. Sachant que $\Delta T << T_1$, calculer ΔT. On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique $v_L = 10^{-3}\ m^3 \cdot kg^{-1}$.

Dans la suite du problème on négligera ΔT devant T_1.

2.3. Calculer le titre x_F et l'enthalpie massique h_F du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).

2.4. Calculer les transferts thermiques q_1 et q_2 reçus par 1 kg d'eau respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

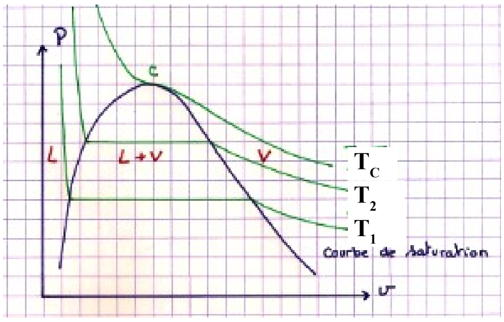
2.5. Calculer le travail w_u reçu, par 1 kg de fluide, au cours du cycle.

2.6. Calculer le rendement thermodynamique du cycle. Comparer ce rendement à celui d'un cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_2. Conclure.

Solution

1. Diagramme de Clapeyron

1.1.



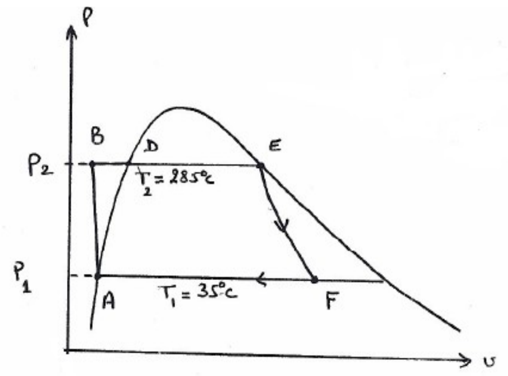
1.2. L'enthalpie étant une fonction extensive, l'enthalpie en un point M d'une masse m d'un système liquide-vapeur est $H(M)=mh_m=m_G h_G+m_L h_L$ avec $m=m_G+m_L$ d'où $h_m=\frac{m_G}{m}h_G+\frac{m_L}{m}h_L=xh_G+(1-x)h_L=x(h_G-h_L)+h_L$

d'où $\boxed{x=\frac{h_m-h_L}{h_G-h_L}}$

1.3. $\boxed{L_v(T)=h_G(T)-h_L(T)}$. *AN:* $\boxed{L_v(T_2)=2769-1261=1508\ kJ.kg^{-1}}$;

$\boxed{L_v(T_1)=2561-146{,}3=2415\ kJ.kg^{-1}}$

2. Cycle moteur de Rankine



2.1. Le cycle est moteur

2.2. La transformation AB est adiabatique réversible donc ds=0 de plus au cours de cette transformation le fluide est sous forme liquide donc:

$ds=c_L\frac{dT}{T}-\alpha v_L dp=0$ d'où $c_L\frac{dT}{T}=\alpha v_L dp$.

Or $\Delta T << T_1$ donc on peut assimiler dT à ΔT et T à T_1 d'où

$\Delta T=T_1\alpha v_L\frac{\Delta p}{c_L}$.*AN:*

$$\boxed{\Delta T=(273{,}15+35)1{,}5.10^{-4}\times 1.10^{-3}\times\frac{(69{,}2-0{,}0562).10^5}{4.18.10^3}=7{,}65.10^{-2}=0{,}076\ K}$$ *(hyp validée)*

2.3. La transformation EF est isentropique donc $s_E=s_F$.d'après la formule établie à la question 1.2 on a en remplaçant h par s:

$$\boxed{x_F=\frac{s_F-s_L}{s_G-s_L}=\frac{s_G(285\,°C)-s_L(35\,°C)}{s_G(35\,°C)-s_L(35\,°C)}=\frac{5{,}82-0{,}505}{8{,}35-0{,}505}=0{,}6775=0{,}68}$$

On en déduit $h_F=0{,}6775\,h_G(35\,°C)+(1-0{,}6775)\,h_L(35\,°C)$ d'où

$\boxed{h_F=0{,}6775\times 2561+(1-0{,}6775)\times 146{,}3=1782\ kJ\ kg^{-1}}$.

2.4. La transformation dans le condenseur correspond à la transformation FA isobare donc $\boxed{q_1=h_A-h_F=h_L(35\,°C)-h_F}$. *AN:* $\boxed{q_1=146{,}3-1782=-1636\ kJ.kg^{-1}}$. La transformation dans le générateur de vapeur correspond à la transformation BE isobare donc $q_2=h_E-h_B$ .h est une fonction d'état donc:

$\boxed{q_2=h_E-h_D+h_D-h_B=L_v(285\,°C)+c_L(T_2-T_1)}$ *AN:* $\boxed{q_2=1508+4{,}18(285-35)=2553\text{kJ.kg}^{-1}}$

2.5. $\Delta h_{cycle}=0=w_u+q_1+q_2$ donc $\boxed{w_u=-(q_1+q_2)}$ *AN:* $\boxed{w_u=-(-1636+2553)=-917\text{kJ}\ kg^{-1}}$

2.6. $\boxed{R_{irr}=\frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}}=\frac{-w_u}{q_2}=\frac{917}{2553}=0{,}36}$ le rendement du cycle de Carnot associé est

$\boxed{R_{carnot}=\frac{T_2-T_1}{T_2}=\frac{285-35}{285+273{,}15}=0{,}44}$. $R_{irr}<R_{Carnot}$. Ce résultat est conforme au théorème de Carnot.