

Problème 3 : Système à corps oscillant pour production d'énergie hydraulique *(barème sur 45 points)*

La croissance de la demande énergétique mondiale, l'épuisement des ressources de combustibles fossiles et la pollution qui résulte de leur utilisation encouragent le développement de l'exploitation des énergies renouvelables. Parmi celles-ci, l'énergie des vagues, ou énergie houlomotrice, présente un potentiel énergétique intéressant.

La production mondiale d'électricité est actuellement d'environ 22×10^3 TWh (en 2012 elle était de 22613 TWh) :

- 68,1 % est d'origine thermique (charbon, gaz, pétrole) ;
- 16,2 % est d'origine hydraulique ;
- 10,9 % est d'origine nucléaire ;
- 4,6 % est d'origine renouvelable autres qu'hydraulique ;
- 0,2 % vient de la combustion de déchets qualifiés de non renouvelables.

Parmi les énergies renouvelables autres qu'hydraulique, la part provenant des énergies maritimes est relativement faible, de l'ordre de 0,05 % soit 0,540 TWh en 2012 mais la ressource exploitable mondiale est estimée de 140 à 750 TWh par an. Dans les années 70, les chocs pétroliers ont favorisé le développement de systèmes de récupération de l'énergie des vagues. Il existe de nombreux dispositifs dont les systèmes à corps oscillants : on utilise la houle pour mettre en mouvement un ou plusieurs corps. Les mouvements peuvent se produire entre une partie fixe et une partie mobile ou être relatifs entre deux corps mobiles.

Dans ce sujet, on considère un système à corps oscillant avec une partie fixe au fond de l'eau et une partie mobile, comme par exemple le dispositif Oyster (cf. Figure 1 de gauche), dispositif dont la partie supérieure dépasse légèrement de l'eau, qui est testé au large de l'Écosse, ou comme le dispositif WaveRoller (cf. Figure 1 de droite), dispositif complètement immergé, développé par une société finlandaise et qui est testé au large du Portugal.



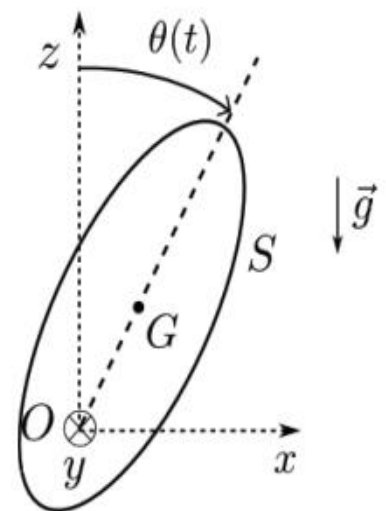
Figure 1 – Dispositif Oyster (à gauche) et WaveRoller (à droite)

On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide S en rotation autour de l'axe Oy et complètement immergé dans l'eau. Le pendule est fixé au sol (au fond de la mer) par un dispositif non représenté sur le schéma de type liaison pivot parfaite. Le point O est donc fixe par rapport au sol. Les mouvements ont lieu dans le plan vertical (xOz) . Les vecteurs unitaires \vec{u}_x ; \vec{u}_y et \vec{u}_z forment une base orthonormée directe (cf. Figure 2 ci-contre).

On note :

- m la masse et V le volume du solide S ;
- J le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Oy ;
- d la distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du solide $d = OG$;
- ρ_e la masse volumique de l'eau.

Figure 2 – Pendule pesant ;



On suppose que :

- le référentiel terrestre est galiléen ;
- la réaction due au contact sur le sol passe par O.
- le centre de poussée (point d'application de la poussée d'Archimède) pour le solide S est ici confondu avec son centre de gravité G ;
- il existe un couple résistant exercé au niveau de l'axe de rotation du pendule dont le moment par rapport à O s'écrit :
 $\vec{C} = -\alpha \dot{\theta} \vec{u}_y$;
- la houle exerce une force de la forme $\vec{F} = \beta \cos(\omega t) \vec{u}_x$ qui s'applique au centre de gravité G.

Q1. En raisonnant de manière qualitative sur les forces, déterminer la condition sur ρ_e , m et V pour que, en absence de houle, la position d'équilibre stable du pendule corresponde à $\theta = 0$. On donnera une inégalité.

Q2. Déterminer les moments des différentes forces s'exerçant sur le solide S par rapport à l'axe Oy .

Q3. Établir l'équation du mouvement du solide S, c'est-à-dire l'équation différentielle vérifiée par θ .

Q4. On se place dans l'approximation des petits angles. Linéariser alors l'équation différentielle précédente. On mettra l'équation sous la forme $\ddot{\theta} + \lambda \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = f(t)$ et on précisera l'expression des différents termes λ , ω_0 et $f(t)$.

Q5. On se place en régime sinusoïdal forcé. On note $\underline{\theta} = \theta_0(\omega)e^{j(\omega t + \varphi)}$ et $\theta(t) = \text{Re}(\underline{\theta})$.
Déterminer l'expression de $\theta_0(\omega) = |\underline{\theta}|$.

Q6. La puissance récupérée est proportionnelle à $\dot{\theta}^2$: on note $P_r(t) = \gamma \dot{\theta}^2$ la puissance récupérée instantanée. Montrer que la puissance moyenne récupérée P_m peut se mettre sous la forme : $P_m = \frac{\gamma \omega^2 \theta_0^2}{2}$, puis l'exprimer en fonction de ω , λ , γ , J , β , d et ω_0 .

Q7. Tracer l'allure de P_m en fonction de ω . Pour quelle pulsation y a-t-il résonance ?

Q8. On prend $J \approx md^2$. Calculer la pulsation propre ω_0 , puis la période propre T_0 .

Données numériques :

accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $d = 10 \text{ m}$, $V = 1000 \text{ m}^3$, $m = 300 \text{ t}$ et $\rho_e = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Problème 4 : La mission Parker Solar Probe

(barème sur 30 points)

L'essentiel du rayonnement visible du Soleil provient de sa photosphère, que l'on désignera par « surface solaire ». Elle est entourée d'une fine couche appelée chromosphère, puis de la couronne, laquelle est observable en particulier lors des éclipses. La figure ci-contre (photographie de Luc Viatour <https://lucnix.be>) montre la couronne solaire observée en France lors de l'éclipse totale de 1999.

La couronne est un milieu fortement variable et inhomogène. Sa structure est profondément influencée par le champ magnétique solaire.

La couronne s'étend dans l'espace interplanétaire et a été approchée par la mission Parker Solar Probe en 2018.



La sonde Parker Solar Probe (PSP), dont le lancement a été fait en 2018, s'est approchée à une distance $r_p = 9,6 R_S$ du centre du Soleil. La sonde de masse m_{PSP} est munie d'un bouclier thermique testé pour résister à une température de 1400 K.

La réalisation des objectifs scientifiques de la mission dépend de la durée passée par la sonde en-deçà de la distance $r_{10} = 10 R_S$ au centre du Soleil.

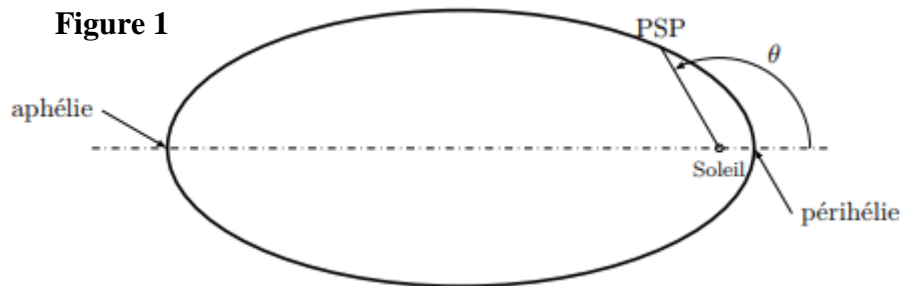
On rappelle que la Terre décrit une trajectoire quasi-circulaire autour du Soleil, de rayon $r_T = 1$ u.a. (unité astronomique, 1 u.a. $\approx 1,5 \times 10^{11}$ m) en une période $T_T = 1$ an.

Q1. L'orbite finale de PSP autour du Soleil est une ellipse de distance au périhélie $r_p = 4,6 \times 10^{-2}$ u.a. et de distance à l'aphélie $r_a = 0,73$ u.a.. Exprimer la période T de révolution de la sonde en fonction de T_T , r_T , r_p et r_a . La calculer en jours.

Q2. Déterminer l'expression de la vitesse v_p de la sonde à son périhélie en fonction de G , M_S , r_p et r_a . La calculer.

Dans le plan de l'orbite de la sonde, on note θ l'angle entre le grand axe de l'orbite et le rayon joignant le centre du Soleil et la sonde (cf figure 1 ci-contre). L'équation polaire de la trajectoire elliptique s'écrit alors :

$$r(\theta) = \frac{p}{1+e \cos \theta}.$$



Q3. Exprimer e et p en fonction de r_a et r_p . Calculer leurs valeurs numériques.

Q4. Evaluer la durée τ passée, pendant une révolution, à la distance $r \leq r_{10}$, en supposant que sur cette portion la vitesse est quasi uniforme égale à v_p . Conclure.

Pour répondre à cette question, il faut dans un premier temps calculer θ_{10} , l'angle correspondant à r_{10} .

Données :

- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Masse du soleil : $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- Rayon du soleil : $R_S = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Fin de l'énoncé