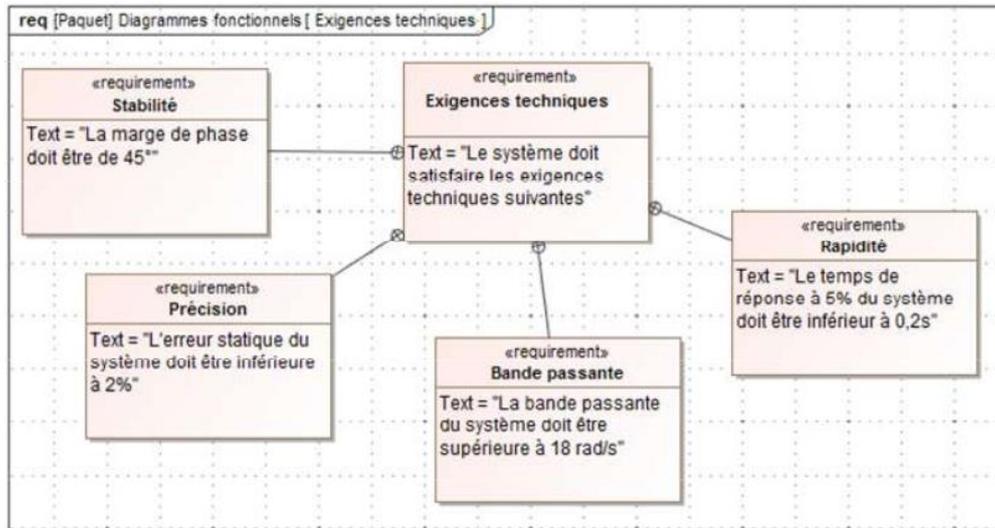


## Exercice 1 : Radar d'avion

Le support d'étude est un radar d'avion dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Ce système permet notamment au pilote de détecter des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...) et de connaître leur position. L'objectif de cette étude est de vérifier si l'asservissement proposé ici **en phase de conception** est compatible aux performances attendues par le client.



La solution proposée est un asservissement de position angulaire du radar : l'angle souhaité est  $\theta_c(t)$ , l'angle réel du radar est  $\theta_r(t)$ . Pour réaliser cet asservissement un moteur de fonction de transfert  $H_m(p)$  est utilisé. La tension  $u_m(t)$  engendre, via un moteur, une vitesse angulaire  $\omega_m(t)$ .

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \quad J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = k_m \cdot i(t)$$

avec :

$u_m(t)$  : tension d'entrée du moteur (en V)

$\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s)

J : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

$k_e$  : constante de force contre- électromotrice (en V/(rad/s))

$e(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

$C_m(t)$  : couple moteur (en N.m)

$i(t)$  : intensité (en A)

$k_m$  : constante de couple (en N.m/A)

R : résistance électrique du moteur (en  $\Omega$ )

On considère que les différentes constantes sont positives.

**Q.1.** A partir de ces équations, écrire une équation différentielle du premier ordre reliant  $\omega_m(t)$  et  $u_m(t)$ .

**Q.2.** Déterminer la fonction de transfert  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$

**Q.3.** Montrer que  $H_m(p)$  peut se mettre sous la forme canonique  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$ , déterminer les valeurs littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$ .

**Q.4** Analyser les performances de stabilité de  $H_m(p)$  face à un échelon et déterminer le(s) pôle(s)

**Q.5.** Déterminer  $\omega_m(t = \infty)$  lorsque  $u_m(t)$  est un échelon de tension d'amplitude  $u_0$ . En déduire  $e_r(\infty)$ .

Le système étant asservi en position, la fonction de transfert globale du système est  $H(p) = \theta_r(p)/\theta_c(p)$ . Lorsque l'on intègre le moteur au sein de l'asservissement on obtient alors la fonction de transfert ci-dessous (avec  $A$  et  $B$  des constantes) :

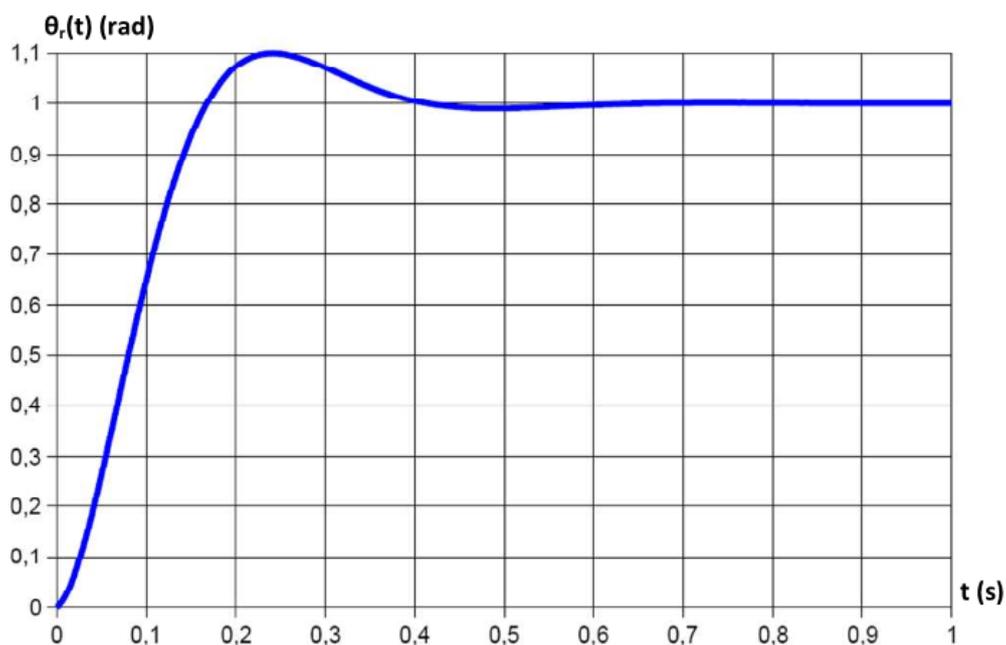
$$H(p) = \frac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)} = \frac{A \cdot H_m(p) \cdot B \frac{1}{p}}{1 + A \cdot H_m(p) \cdot B \frac{1}{p}}$$

**Q.6.** Montrer que la fonction de transfert  $H(p)$  peut se mettre sous la forme canonique :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \left(\frac{2z}{\omega_0}\right)p + \left(\frac{1}{\omega_0^2}\right)p^2}$$

**Q.7.** Déterminer les constantes  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_m$ ,  $\tau_m$ ,  $A$  et  $B$ .

La réponse à un échelon unitaire (réponse indicielle) obtenue à partir d'une simulation du système de fonction de transfert  $H(p)$  est donnée sur la figure suivante :



Q.8. En vue de la réponse obtenue, que peut-on dire des pôles de  $H(p)$

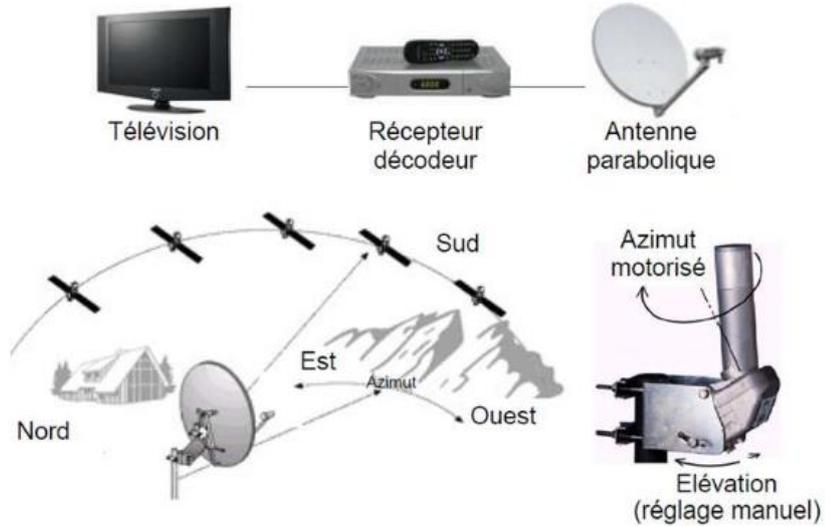
Q.9. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$ .

Q.10. Déterminer le temps de réponse à 5% à l'aide de l'abaque fournit en annexe en expliquant la démarche. Vérifier à l'aide du graphe ci-dessus la valeur obtenue en expliquant la démarche.

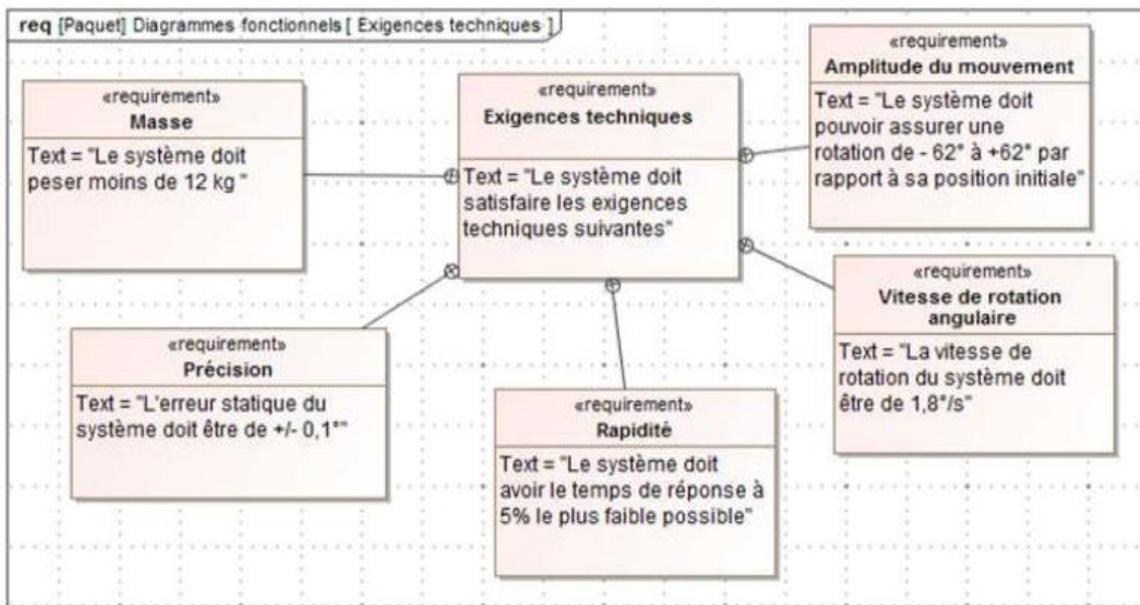
Q.11. Conclure quant à la capacité du système proposé par le bureau d'étude à vérifier le critère de rapidité et de précision du cahier des charges.

### Exercice 2 : Etude d'une antenne parabolique

La réception de chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur / décodeur et une antenne parabolique. Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers un plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au-dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation, autour d'un axe appelé axe d'azimut.

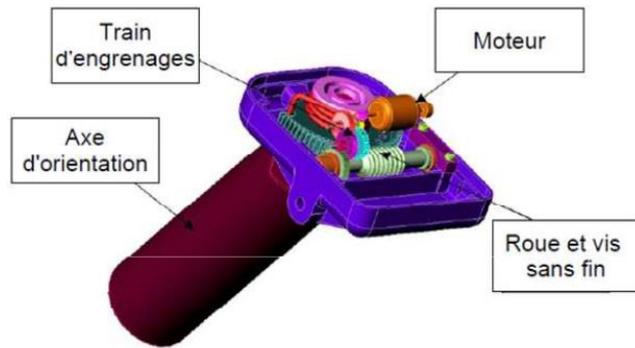


On donne une description structurelle du système ainsi qu'un extrait partiel de cahier des charges fonctionnel.



L'axe d'orientation d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note  $\omega_a(t)$  la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et  $\omega_m(t)$  la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Le modèle de connaissance du moteur à courant continu est le suivant :

$$u_m(t) = e_m(t) + R_m \cdot i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} \quad e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

avec :

$u_m(t)$  : tension d'entrée du moteur (en V)

$L_m$  : inductance électrique du moteur

$e_m(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

$\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s)

$i_m(t)$  : intensité (en A)

$K_e$  : constante de force contre-électromotrice (0,022 V/(rad/s))

$J_m$  : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

$C_m(t)$  : couple moteur (en N.m)

$R_m$  : résistance électrique du moteur (9,1 Ω)

$K_c$  : constante de couple (0,022 N.m/A)

Toutes les conditions initiales seront nulles, et considérées comme telles dans la suite de l'exercice.

**Q.1.** Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace.

**Q.2.** Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \Omega_m(p)/U_m(p)$ . Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme canonique :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \left(\frac{2z}{\omega_0}\right)p + \left(\frac{1}{\omega_0^2}\right)p^2}$$

**Q.3.** Déterminer les constantes  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction des constantes fournies.

On note  $\tau_e = L_m/R_m$  la constante de temps électrique du moteur, et  $\tau_m = R_m \cdot J_m / (K_e \cdot K_c)$ . On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieur au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que  $\tau_e \ll \tau_m$ .

**Q.4.** Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$$

On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude  $U_0 = 18 \text{ V}$ .

**Q.5.** Donner l'expression de  $u_m(t)$  et de  $U_m(p)$ .

On relève l'évolution de  $\omega_m(t)$  (en rad/s) et de  $u_m(t)$  (en V) sur le **document réponse 1**.

**Q.6.** Déterminer graphiquement la valeur de  $K$ ,  $\tau_m$  et  $\tau_e$  en faisant apparaître les différents traits de construction sur le **document réponse 1**.

**Q.7.** Justifier que la fonction  $\omega_m(t)$  aura une tangente à l'origine horizontale.

**Q.8.** Donner une expression simplifiée de  $H(p)$ .

**Q.9.** Donner l'expression analytique de  $\omega_m(t)$ , en fonction de  $K$ ,  $\tau_m$  et  $U_0$  (dans le domaine temporel).

On donne  $\tau_m = 0,012 \text{ s}$  et  $K = 45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ .

**Q.10.** Montrer que le moteur n'excède pas sa valeur limite de rotation, qui est de 8000 tr/min.

Le système étant asservi en position, la fonction de transfert globale du système est  $H(p) = \theta_a(p)/\theta_{ac}(p)$ . Lorsque l'on intègre le moteur au sein de l'asservissement on obtient alors la fonction de transfert ci-dessous (avec  $N$  et  $K_a$  des constantes) :

$$H(p) = \frac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{N}{K_a \cdot K} \cdot p + \frac{\tau_m \cdot N}{K_a \cdot K} p^2}$$

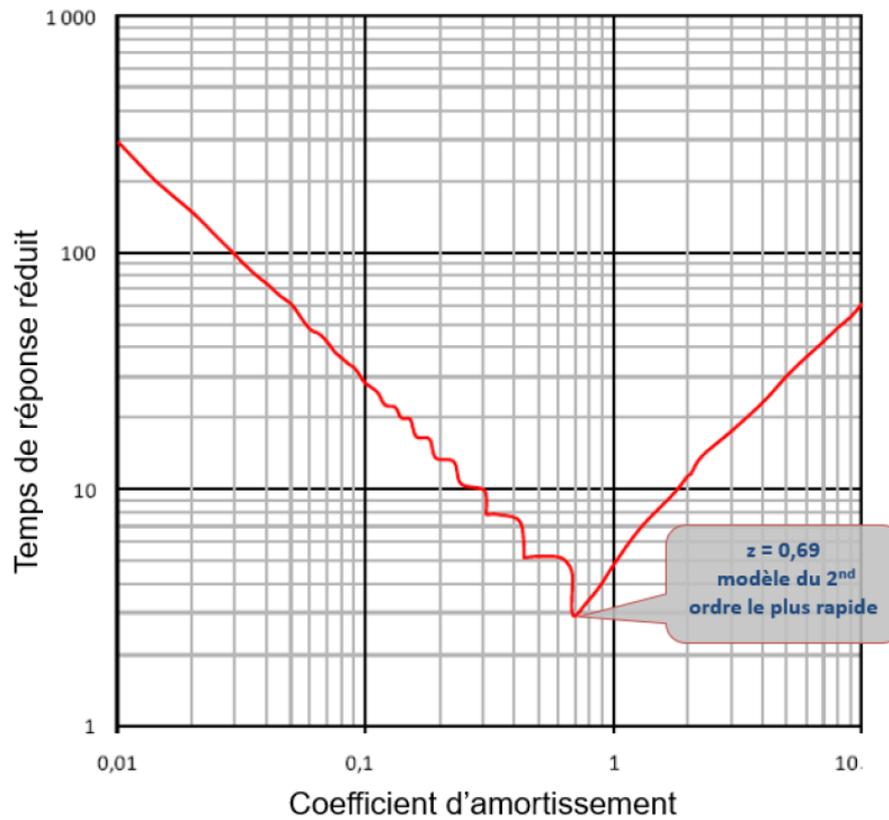
**Q.11.** Déterminer l'expression littérale du gain  $K_T$ , du coefficient d'amortissement  $z_T$  et de la pulsation propre non amortie  $\omega_{0T}$  de la fonction de transfert globale  $\theta_a(p)/\theta_{ac}(p)$ .

**Q.12.** Montrer que le système vérifie le critère de précision de positionnement du cahier des charges.

**Q.13.** Déterminer  $K_a$  pour que le système puisse satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges.

## Annexe

**Abaque dépassement pour fonction de transfert d'ordre 2 :**



## Document réponse 1

