

D.M. Variables aléatoires

Exercice 1 : Soit X une v.a. à valeurs dans \mathbb{N} telle que : $\forall k \in \mathbb{N}, P(X = k) = \alpha \frac{2k + 1}{k!}$.

- 1) Calculer la fonction génératrice de X .
- 2) En déduire α ainsi que l'espérance et la variance de X .
- 3) Soit Y une v.a. indépendante de X et de même loi. Déterminer la fonction génératrice de $X + Y$ et en déduire la loi de $X + Y$.

Exercice 2 : Soit X et Y deux v.a. indépendantes sur (Ω, \mathcal{A}, P) suivant la même loi de Poisson de paramètre a .

- 1) Déterminer l'espérance et la variance de $Z = X + 3Y$.
- 2) Calculer la fonction génératrice de Z . Retrouver ainsi les valeurs précédentes.

Exercice 3 : On considère 3 boîtes de capacité illimitée et une infinité de jetons que l'on range successivement et au hasard dans l'une des boîtes. Soit X le nombre de jetons placés lorsque pour la première fois il n'y a plus qu'une boîte vide, et Y le nombre de jetons placés lorsque pour la première fois il n'y a plus de boîte vide. Déterminer la loi de X , la loi conjointe de (X, Y) et la loi de Y .