

Préparation devoir surveillé n°4 sciences physiques

Il est demandé de ne pas utiliser les calculatrices .

Toute tension ou intensité intervenant dans un calcul doit être représentée sur un schéma!

Données pour les applications numériques :

ln(10)=2,3	$\pi = 3$	$\pi^2 = 10$	$\sqrt{3}$ =1,7	$1,2\times2,5=3,0$	$\frac{1}{3}$ = 0,33

Exercice:

On considère le circuit ci-contre. Pour t < 0, K est ouvert depuis très longtemps.

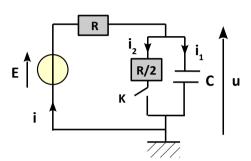
A t = 0, on ferme K.

1. Déterminer l'intensité dans chaque branche ainsi que la tension u pour :

a) $t = 0^{-}$

b) $t = 0^+$

c) $t = \infty$



- 2. Pour t > 0 établir l'équation différentielle vérifiée par u(t) et identifier la constante de temps du circuit.
- **3.** pour t > 0. Résoudre l'équation différentielle de la question 2 et représenter u(t) graphiquement.

PROBLÈME : Sécurité à bord d'un bateau de plaisance

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Première partie : Lampe de secours rechargeable

A bord d'un bateau de plaisance, il est recommandé d'avoir une lampe pour être vu en cas de détresse ou tout simplement pour se déplacer par nuit noire à l'intérieur ou sur le pont du bateau.

Pour ne pas avoir à gérer des piles défaillantes ou des accumulateurs non chargés, une "lampe à secouer "peut s'avérer utile. Un extrait d'une description publicitaire de cet objet est rapporté ci-dessous.

Document - Extrait d'une publicité pour une lampe à secouer

En secouant la lampe 30 secondes (un peu comme une bombe de peinture), de l'énergie électrique est produite et stockée dans un condensateur. Vous obtenez alors environ 20 minutes d'une lumière produite par une DEL (diode électroluminescente).

Si vous n'utilisez pas toute l'énergie produite, elle restera stockée dans le condensateur pendant plusieurs semaines pour être ensuite immédiatement disponible sur simple pression du bouton marche/arrêt.

La version transparente de cette lampe laisse entrevoir une bobine de fil de cuivre à l'intérieur qui grâce au phénomène d'induction (vu en fin d'année) recharge le condensateur quand on secoue du lampe.

On part d'une situation où on suppose que le condensateur vient d'être chargé et que la tension à ses bornes est $U_0 = 3.3 V$. On cesse alors d'agiter la lampe et donc de recharger le condensateur.

Tout d'abord, on étudie la décharge de ce condensateur de capacité C = 10 F (" super-condensateur ") dans un conducteur ohmique de résistance R pouvant modéliser une lampe à incandescence.

Le circuit étudié est donc représenté par le schéma de la figure 1. La partie de circuit utile lors de la phase de charge du condensateur n'est pas représentée :

À l'instant initial $t_0 = 0s$, on ferme l'interrupteur K et la décharge commence.

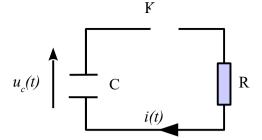


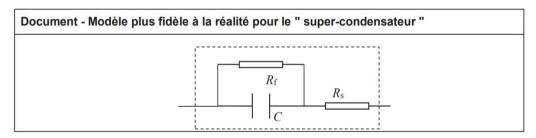
Figure 1 - Circuit électrique équivalent lors de la phase de décharge du condensateur

- **1.** Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la décharge en faisant apparaître une constante de temps τ dont on donnera l'expression.
- 2. Déterminer l'expression littérale de la solution de cette équation différentielle.

Au bout d'une durée environ égale à 5τ , la décharge du condensateur est quasi-complète.

3. Si l'on considère que cette durée est égale à 20 minutes, déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique qu'il faut alors associer au condensateur de capacité C = 10 F.

Certains modèles électriques plus élaborés du " super-condensateur " utilisé ici permettent de traduire, plus fidèlement à la réalité, son comportement réel dans un circuit. Un des modèles possibles fait apparaître, autour de la capacité C, une résistance R_f en parallèle et une résistance série R_s conformément au schéma ci-après :



- **4.** Dans cette application de stockage et de restitution d'énergie, faut-il R_s la plus grande ou la plus petite possible ? Justifier.
- **5.** Même question pour R_f .

Pour la suite des questions, on revient à un modèle plus simple (C seul) pour le condensateur, toujours initialement chargé sous une tension $U_0 = 3,3 \ V$.

On remplace maintenant le conducteur ohmique de résistance R par une DEL dont les caractéristiques sont les suivantes :

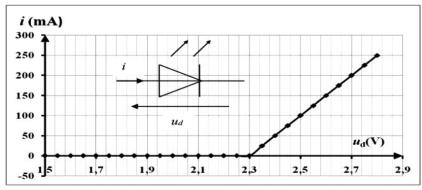


Figure 2 - Caractéristique $i = f(u_d)$ pour la diode électroluminescente DEL

Parameter	Symbol	Condition	Min.	Тур.	Max.	Unit
Luminous Flux	Φv	i = 200 mA	6	8,5	-	lm
Forward Voltage	<i>U</i> _d	i = 200 mA		2,5	2,8	V
D.C. Forward Current Max	iM	-	-	-	250	mA
Peak Wavelenght	λ_{p}	i = 200 mA	-	635	-	nm
Dominant Wavelenght	λd	i = 200 mA	-	624	-	nm
Reverse Current	i _r	$u_r = 5 \text{ V}$	·	-	50	μΑ
Viewing Angle	2 P _{1/2}	i = 200 mA	-	120	-	deg
Spectrum Line Halfwidth	Δλ	i = 200 mA	-	20	-	nm

Tableau 2 - Electrical & Optical Characteristics

Pour cette diode, on appelle U_{seuil} la tension minimale au-delà de laquelle la diode devient passante $(i(t) \neq 0)$. On convient alors que la diode électroluminescente cesse d'émettre suffisamment de lumière dès que : $u_d < U_{seuil} + 0$, l V.

- **6.** Quelle est du valeur de U_{seuil} ?
- 7. Proposer un modèle électrique équivalent pour la DEL lorsqu'elle n'est pas passante c'est à dire $u_d \le U_{seuil}$.
- **8.** Montrer que la DEL lorsqu'elle est passante c'est à dire $u_d \ge U_{seuil}$ peut être modélisée par une fem E en série avec une résistance R_D dont on déterminera les valeurs numériques. Faire le schéma du dipôle équivalent précisant les conventions d'orientation de la fem E, u_d et i.
- **9.** Montrer alors, en justifiant par un schéma, que la nouvelle équation différentielle régissant l'évolution de u_c(t) lorsque le condensateur se décharge dans la diode électroluminescente est :

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{\tau'} = \frac{U_{seuil}}{\tau'}$$
. Préciser l'expression de τ' .

- **10.** Déterminer la solution $u_c(t)$ de cette nouvelle équation différentielle.
- **11.** Représenter graphiquement l'allure de l'évolution de $u_c(t)$ en mettant en évidence les points importants du graphe (valeur et tangente à l'origine ainsi que asymptote éventuelle).
- **12.** Déterminer l'expression littérale de i(t).
- **13.** Représenter graphiquement l'allure de l'évolution de i(t) en mettant en évidence les points importants.
- **14.** À l'aide des caractéristiques techniques fournies dans le tableau 2, indiquer si le fonctionnement correct de la DEL est garanti sans dommage. Proposer une solution pour éventuellement remédier au problème rencontré (valeur numérique attendue).
- **15.** Prévoir, sans la mise en œuvre de la solution de la question précédente, la durée approximative d'éclairage de cette lampe.
- **16.** Exprimer, en fonction de U_0 et de $U_{fin} = U_{seuil} + 0.1$ V, le pourcentage d'énergie restante dans le condensateur lorsque la DEL cesse d'émettre de la lumière par rapport à l'énergie initiale accumulée. (On estime ici ce pourcentage à environ 50 %).

Deuxième partie : Panneaux photovoltaïques

Afin de produire de l'électricité sur un bateau, des panneaux photovoltaïques sont utilisés pour alimenter les équipements électroniques du bateau (radio, VHF, sonar, balise GPS, batterie, éclairage, ...) sous 12 V.



Le bateau de plaisance est équipé de panneaux solaires de référence ERI - panneau solaire flexible de 100 W dont les caractéristiques sont rapportées dans le tableau 3 ci-dessous :

	NO.	Ca	ractéristique	s du panneau	ERI		
Dimensions	Masse	Puissance maximale	Tension maximale	Courant court-circuit	Courant maximal	Tension à vide	Rendement
Longueur: 1 000 mm Largeur: 500 mm Épaisseur: 3 mm	1,8 kg	100 W	17,8 V	6,3 A	5,62 A	21,6 V	20 %

Tableau 3 - Caractéristiques du panneau photovoltaïque ERI

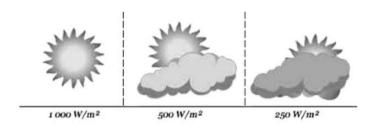


Figure 6 - Puissance par unité de surface émise par le soleil au niveau de la Terre (Source : https://energieplus-lesite.be/theories/climat8/ensoleillement-d8)

- **17.** En utilisant le tableau 3 et la figure 6, calculer, dans le cas de l'ensoleillement moyen (500 W·m⁻²), la puissance reçue par le panneau.
- **18.** En supposant le rendement indépendant de l'ensoleillement, calculer, dans ce même cas, la puissance électrique délivrée par le panneau.

La tension disponible aux bornes de chaque panneau est ensuite ramenée avec un rendement de conversion énergétique proche de 100 % sous 12 V, soit pour charger une batterie, soit pour alimenter directement les appareils. Les principales utilisations électriques dans le bateau sont fournies dans le tableau 4.

FOLUDEMENTS	CONSOMMATION		UTILISATION	CONSOMMATION		
EQUIPEMENTS	Watt (12V)	Ampère	Heures	Watt.Heure	Ampère.Heure	
Eclairage						
Carré	24	2	4	96	8	
Cabines	24	2	1	24	2	
Cockpit	24	2	1	24	2	
Toilettes	24	2	0,5	12	1	
Mouillage	12	1	8	96	8	
Confort						
Réfrigérateur	42	3,5	16	672	56	
Eau sous pression	96	8	0,5	48	4	
Electronique						
VHF veille	0,96	0,08	24	23,04	1,92	
VHF émission	48	4	0,15	7,2	0,6	
Sondeur	12	1	1	12	1	
Ordinateur / télévision	48	4	2	96	8	
Total de la consommation moyenne (navigation côtière)				1110 Wh	92 Ah	

Tableau 4 - Consommation électrique sur un bateau de plaisance (D'après : http://www.save-marine.com/fr/electricite-a-bord-voilier)

19. Calculer le nombre de panneaux nécessaires et préciser leur branchement pour l'ensemble des 3 appareils consommant le plus de courant. Ceux-ci doivent pouvoir fonctionner simultanément en étant uniquement et directement alimentés par les panneaux.



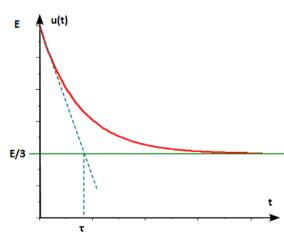
Correction devoir surveillé n°4 sciences physiques

Exercice:

1.

- a) Pour t < 0, K est ouvert donc $i_2(0^-)=0$. Le circuit est en régime permanent donc le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert donc $i_1(0^-)=0$. Le circuit est globalement ouvert donc $i(0^-)=0$. D'après la loi des mailles $E=u(0^-)+Ri(0^-)$ donc $u(0^-)=E$.
- **b)** D'après la continuité de La tension aux bornes du condensateur: $u(0^-)=u(0^+)=E$. D'après la loi des mailles $E=u(0^+)+Ri(0^+)=E+Ri(0^+)$ on en déduit que $i(0^+)=0$. $u=\frac{R}{2}i_2(0^+)=E$ Donc $i_2(0^+)=\frac{2E}{R}$. D'après la loi des nœuds $i_1(0^+)=-i_2(0^+)=\frac{-2E}{R}$
- c) Pour $t = \infty$, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert donc $i_1(\infty) = 0$ donc $i(\infty) = i_2(\infty) = \frac{2E}{3R}$ d'où $u(\infty) = \frac{R}{2}i_2(\infty) = \frac{E}{3}$.
- 2. D'après la loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$ (1) or u = E Ri d'où $i = \frac{E u}{R}$ de plus $u = \frac{R}{2}i_2$ d'où $i_2 = \frac{2u}{R}$ et enfin $i_1 = C\frac{du}{dt}$. En remplaçant chaque intensité dans (1) on obtient : $\frac{E u}{R} = C\frac{du}{dt} + \frac{2u}{R}$ d'où $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{RC}$ avec $\tau = \frac{RC}{3}$.
- 3. La solution est de type: $u(t) = u_h + u_p(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{3}$ On détermine A grâce aux nouvelles conditions initiales: u(0+) = E. On en déduit que : $E = A + \frac{E}{3}$ d'où

 $A=2\frac{E}{3} \text{ d'où : } u(t)=\frac{E}{3}(1+2e^{-\frac{t}{\tau}})$



Problème: (CCINP TSI 2022)

1. Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_c - u_R = 0$ or $u_R = Ri$ et $i = -C \frac{du_C}{dt}$ donc $u_R = -RC \frac{du_C}{dt}$ d'où : $u_c(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = 0$.

i(t)

On écrit l'équation sous la forme canonique : $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = 0$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = 0$$

Par identification : $\tau = RC$ est la constante de temps du circuit RC.

2. La solution de l'équation est de la forme: $u_C(t) = A e^{-(\frac{t}{\tau})}$. or $u_C(0^+) = u_C(0^-) = U_0$ par continuité de la tension aux bornes du condensateur donc $A = U_0$ donc : $u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

3.
$$\tau = RC \text{ donc } R = \frac{\tau}{RC} \cdot AN : R = \frac{20 \times 60}{5 \times 10} = \frac{120}{5} = 24 \Omega$$

- 4. La résistance R_s va engendrer des pertes d'énergie par effet Joule qui ne seront pas émis sous forme de lumière. Il faut donc que R_s soit la plus petite possible pour avoir le meilleur rendement.
- 5. R_f est la résistance de fuite et représente le fait que le condensateur a toujours tendance à se décharger, même s'il n'est pas sollicité pour générer un courant. Plus R_f est grande, plus le condensateur restera chargé longtemps. On souhaite qu'il reste chargé plusieurs semaines, il faut donc que R_f soit la plus grande possible.
- **6.** Par lecture graphique $U_{seuil} = 2.3 V$
- **7.** Si $u_d \le U_{seuil}$ i(t) = 0, du diode est équivalente à un interrupteur ouvert : i(t) = 0.
- **8.** Si $u_d \ge U_{seuil}$. $u_d(t)$ et i(t) sont reliées par une équation de droite du type : $u_d = Ai + B$.

Détermination de A et B:

$$\text{Si } i=0 \ u_d = U_{seuil} = B = 2,3 \ V_{. \text{Si } i=0,2 \ A \text{ alors } u_d=2,7V \text{ donc}} \ 2,7 = 0,2 \ A + 2,3 \ \text{d'où} \ A = 2 \ \Omega \ \text{d'où} \ u_d = 2i + 2,3$$

Par cette expression, on voit que l'on peut modéliser la DEL par une fem E=U_{seuil} = 2,3V en série avec une résistance R_D=2Ω. D'où le schéma:

$$\begin{array}{c|c}
i & = 2,3 \text{ V} \\
\downarrow & & \\
u_d & = 2,3+2 i = U_{seuil} + R_D i
\end{array}$$

9. Le nouveau circuit à considérer est :

on applique la loi des mailles :
$$u_c - u_d = 0$$
 or $u_d = U_{seuil} + R_D i$ et $u_c(t)$

$$U_{seuil} = C \frac{du_C}{dt} \text{ donc } u_d = U_{seuil} - R_D C \frac{du_C}{dt}$$

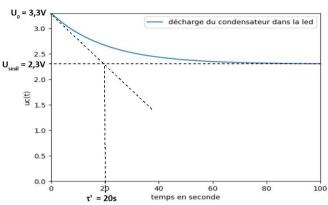
$$U_{seuil} = U_{seuil} - U_{s$$

Par identification : $|\tau' = R_D C|$ est la constante de temps du circuit RC.

10. La solution de l'équation est de la forme:
$$u_C(t) = Ae^{-(\frac{t}{\tau'})} + U_{seuil}$$
 or $u_C(0^+) = u_C(0^-) = U_0$ par continuité de la tension aux bornes du condensateur donc $U_0 = A + U_{seuil}$ donc $A = U_0 - U_{seuil}$:

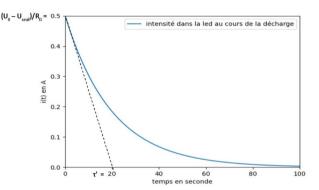
$$u_C(t) = (U_0 - U_{seuil}) e^{-\frac{t}{\tau'}} + U_{seuil}$$

11. Représentation graphique :



12.
$$i = -C \frac{du_C}{dt} d'où i(t) = \frac{(U_0 - U_{seuil})}{R_D} e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

13. Représentation graphique :



- 14. Le courant maximum supporté par la diode est de 250 mA. Or, à l'instant initial, le courant devrait être de $i_{max} = U0 U_{seuil} / R_D = 500$ mA. Initialement, le courant est donc 2 fois trop grand pour un fonctionnement sans dommage de la LED. On peut donc imaginer ajouter une résistance en série de $R = R_D = 2 \Omega$ afinn de diviser ce courant par 2.
- **15.** D'après l'énoncé, la LED n'émet plus de lumière lorsque $u_d = u_C < U_{seuil} + 0$, 1V. On prend donc $u_C(T) U_{seuil} = 0$, 1V soit : $(U_0 U_{seuil}) e^{-\frac{T}{\tau'}} = 0,1 \text{ soit}$ $e^{-\frac{T}{\tau'}} = \frac{0,1}{(U_0 U_{seuil})} \text{ soit}$ $e^{-\frac{T}{\tau'}} = \ln \frac{0,1}{(U_0 U_{seuil})} = \frac{0,1}{1} = 0,1 \text{ soit}$ $T = \tau' \ln 10 = 20 \ln 10 = 46s$
- **16.** L'énergie restante dans le condensateur quand t=T est : $W_{Cf} = \frac{1}{2}Cu_c(T)^2 = \frac{1}{2}C(U_{fin})^2$. L'énergie initiale est $W_{C0} = \frac{1}{2}Cu_c(0)^2 = \frac{1}{2}C(U_0)^2$. Le % d'énergie restant est $\frac{W_{Cf}}{W_{C0}} = \frac{(U_{fin})^2}{(U_0)^2} = \frac{2.4^2}{3.3^2} \times 100 = 53\%$ (calcul fait avec calculette).
- 17. En supposant l'éclairage uniforme, la puissance reçue par un panneau correspond au flux lumineux multiplié par la surface : $P = 500 \times 1 \times 0, 5 = 250 \, W$.
- **18.** La puissance électrique délivrée par ce panneau est alors de $P_e = \frac{250 \times 20}{100} = 50 \text{ W}$
- **19.** Les 3 appareils consommant le plus sont la pompe délivrant l'eau sous pression (96 W), la VHF (48 W) et l'ordinateur (48W). Si l'on veut pouvoir faire fonctionner simultanément ces 3 appareils en utilisant uniquement les panneaux solaires, il faut donc une puissance totale P = 192 W, ce qui nécessite l'utilisation de 4 panneaux solaires, montés en parallèle puisqu'on reste sur 12 V.